

ÜBER DIE ANWENDUNG DER ÄHNLICHKEITSMCHANIK FÜR BERECHNUNGEN RISSBEHAFTETER STRUKTUREN AM BEISPIEL EBENER VERSTEIFTER BLECHFELDER

DOKTORARBEIT ZUR ERLANGUNG DES GRADES

DOKTOR-INGENIEUR

DER ABTEILUNG FÜR MASCHINENBAU

DER RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

VON

LÜDER SCHWARMANN

BREMEN

BOCHUM 1982

Berichter: Dr. Ing. habil K.H. Schwalbe
Prof. Dr. Ing. K.H. Schrader
Prof. Dr. Ing. E. Hornbogen

ÜBER DIE ANWENDUNG DER ÄHNLICHKEITSMECHANIK
FÜR BERECHNUNGEN RISSBEHAFTETER STRUKTUREN
AM BEISPIEL EBENER VERSTEIFTER BLECHFELDER

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Abteilung für Maschinenbau
der
Ruhr-Universität Bochum

von
Lüder Schwarmann
Bremen

Eingereicht am : 6.6.1981
Mündliche Prüfung am : 11.1.1982

Persönliches Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Entwicklungsingenieur in der Hauptabteilung Strukturmechanik der Vereinigten Flugtechnischen Werke GmbH. in Bremen. Meinem Arbeitgeber danke ich für die Benutzung der für die Anfertigung dieser Arbeit erforderlichen Einrichtungen.

Für die Berichterstattung über meine Arbeit möchte ich den Herren

Dr.Ing.habil K.H. Schwalbe

Prof.Dr.Ing. K.H. Schrader

Prof.Dr.Ing. E. Hornbogen

meinen aufrichtigen Dank aussprechen. Besonders danke ich Herrn Dr. Schwalbe für sein stetes Interesse an meiner Arbeit und für seine wertvollen Anregungen.

Allen Fachkollegen, mit denen ich über meine Arbeit diskutiert habe, danke ich für die konstruktive Kritik und für die Anregungen, die zum Entstehen meiner Arbeit in der vorliegenden Form beigetragen haben. Mein spezieller Dank gilt meinen Arbeitskollegen Herrn Ing. grad. J. Bauer für die Einarbeitung in das FINIT-ELEMENT Programmsystem D E M und Herrn H. Spinnreker für die Unterstützung bei der Fertigstellung des Manuskriptes.



ÜBERSICHT

In dieser Arbeit wird ein Berechnungsverfahren für Analysen riß-behafteter, komplex aufgebauter Strukturen vorgestellt. Dem Berechnungsverfahren liegen die Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik für elastomechanische Probleme zugrunde, die als Ergebnis eine Modellstruktur liefert, die der realen, zu untersuchenden Struktur elastomechanisch ähnlich ist. Die Modellstruktur ist dabei nur einmal zu definieren und bleibt für alle Untersuchungen unverändert. Die an der Modellstruktur gefundenen Ergebnisse sind auf die reale Struktur übertragbar.

Die Berechnung der Modellstruktur erfolgt mit Hilfe der Finit-Element Methode, speziell der Deformationsmethode, unter Verwendung der Unterstrukturtechnik. Auf diese Weise werden der erforderliche Aufwand des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens und die anfallenden Rechenkosten gegenüber den bisherigen Berechnungsmethoden erheblich reduziert.

Die Entwicklung des Berechnungsverfahrens wird am Beispiel eines ebenen, durch Versteifungsprofile verstärkten Blechfeldes demonstriert. Die dabei getroffenen Annahmen werden durch Vergleiche zwischen Rechenergebnissen und entsprechenden Versuchsergebnissen verifiziert.

Mit Hilfe des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens werden Parameterstudien ebener, versteifter Blechfelder durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Parameterstudien werden in Form von Entwurfsdiagrammen angeboten und dienen dem Konstrukteur zur Beurteilung des Schadenstoleranzverhaltens dieser Strukturen.

Abschließend werden einige Ausbaumöglichkeiten des Berechnungsverfahrens aufgezeigt.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG UND AUFGABENSTELLUNG	1
2. LISTE DER VERWENDETEN SYMBOLE, INDICES UND PARAMETER	4
2.1 Symbole	4
2.2 Indices	5
2.3 Parameter	6
3. GRUNDLAGEN	7
3.1 Allgemeines	7
3.2 Bruchmechanik	7
3.2.1 Spannungsintensitätsfaktor	
3.2.2 Rißfortschrittsanalysen	
3.3 Ähnlichkeitsmechanik	11
3.3.1 Allgemeines	
3.3.2 Anwendung auf Analysen rißbehafteter Strukturen	
3.4 Finit-Element Methode	12
3.4.1 Allgemeines	
3.4.2 Anwendung auf Analysen rißbehafteter Strukturen	
4. BERECHNUNGSVERFAHREN	16
4.1 Vorbemerkungen	16
4.2 Allgemeine Beschreibung	17
4.3 Ähnlichkeitsbedingungen	20
4.4 Berechnung der UMS und der VMS	22
4.4.1 Vorbemerkungen	
4.4.2 Verwendete Elemente	
4.4.3 Idealisierung des Rißspitzenbereiches	
4.4.4 Definition der Unterstrukturen	
4.4.5 Kopplung der Unterstrukturen	
4.4.6 Berechnung der Korrekturfunktion	
4.5 Beispielsrechnungen	27
4.6 Allgemeine Beurteilung	30
5. PARAMETERSTUDIEN FÜR EBENE, VERSTEIFTE BLECHFELDER	32
5.1 Vorbemerkungen	32
5.2 Annahmen	33
5.3 Definition der Parameter	33
5.4 Der Riß beginnt unterhalb einer Zentralversteifung	34
5.5 Der Riß beginnt unterhalb einer Randversteifung	39
5.6 Einfluß der Parameter auf die Rißlebensdauer	41
5.7 Schlußfolgerungen	42
6. AUSBAUMÖGLICHKEITEN DES BERECHNUNGSVERFAHRENS	43
7. ZUSAMMENFASSUNG	45
8. LITERATURHINWEIS	47
9. TABELLEN	50
10. ABBILDUNGEN	52

1. EINLEITUNG UND AUFGABENSTELLUNG

Tragende Strukturen werden nach statischen und nach dynamischen Kriterien ausgelegt. Die steigenden Anforderungen an die tragenden Strukturen (hohe Festigkeit bzw. hohe Steifigkeit und lange Lebensdauer bei gleichzeitig geringem Gewicht) haben eine zunehmende Werkstoffausnutzung zur Folge. Dies kann - neben möglichen Werkstoffehlern und infolge fehlerhafter Fertigungsverfahren - dazu führen, daß Risse in den tragenden Strukturen während des praktischen Betriebes auftreten.

Zum Zweck der Erhöhung der Sicherheit und der Wirtschaftlichkeit sind Schadenstoleranzanalysen bei der Auslegung tragender Strukturen zu berücksichtigen. Dies hat, speziell im Flugzeugbau, zu entsprechenden Auslegungsvorschriften /1,2/⁺) und Entwurfsphilosophien /3 bis 6/ geführt. Schadenstoleranzanalysen beinhalten im wesentlichen die Beantwortung folgender Fragen:

- Wie ist das Wachstum eines Risses, ausgehend von einer entdeckbaren Rißlänge /7/, in Abhängigkeit von der Zeit (Rißfortschrittsproblem /8/) ?
- Wie groß ist die Tragfähigkeit einer rißbehafteten Struktur (Restfestigkeitsproblem /6/) ?

Die Berechnungsvorschriften für Schadenstoleranzanalysen stützen sich auf die Gesetzmäßigkeiten der Bruchmechanik /6/. Die theoretischen Grundlagen der Bruchmechanik sind von GRIFFITH /9/, WESTERGAARD /10/ und IRWIN /11/ erarbeitet worden. Aus den Untersuchungen von IRWIN /11/ geht hervor, daß der Spannungsintensitätsfaktor (im folgenden mit dem Symbol K gekennzeichnet) für die Charakterisierung einer rißbehafteten Struktur herangezogen werden kann. In einschlägigen Handbüchern /12,13/ liegen Lösungen von Spannungsintensitätsfaktoren für einige Strukturen mit einfachen Randbedingungen in analytischer Form oder in Diagrammform vor. Dabei wird das Verhältnis des Spannungsintensitätsfaktors der zu untersuchenden Struktur zu demjenigen,

⁺) Literaturhinweise werden durch Klammern / / angekündigt.

der sich aus der theoretischen Untersuchung von IRWIN /11/ für den einfachsten Fall einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit gleichmäßig verteilter Zugbelastung ergibt, angegeben. Dieses Verhältnis wird als Korrekturfunktion (Symbol Y) bezeichnet /12,13/. Sind für eine Struktur die Belastung, die Rißlänge und die Korrekturfunktion bekannt, dann lassen sich unter Verwendung von geeigneten bruchmechanischen Werkstoffkennwerten Aussagen über das Schadenstoleranzverhalten der Struktur machen /6/. Der Ablauf von Schadenstoleranzanalysen ist schematisch in ABB.1 dargestellt.

Für kompliziertere, als die in den Handbüchern erwähnten, Strukturen lassen sich die Korrekturfunktionen nicht mehr in analytischer Form angeben. Zur Lösung dieses Problems sind Näherungsverfahren heranzuziehen. Für elastomechanische Untersuchungen komplex aufgebauter Strukturen hat sich in den letzten Jahren die Methode der Finiten Elemente /14,15/ durchgesetzt. Die Anwendung dieser Methode für die Ermittlung der Korrekturfunktion ist bereits in einigen Arbeiten untersucht worden. Aus der Vielzahl von Veröffentlichungen seien hier nur die Arbeiten /16 bis 25/ erwähnt. Die meisten dieser Arbeiten beschränken sich auf ganz bestimmte Strukturen oder auf ganz bestimmte, angenommenen Rißlängen. Die Idealisierung der Struktur mit Finiten Elementen ist dem jeweiligen Problem angepaßt und auf andere Strukturen oder auf andere zu untersuchende Rißlängen nicht übertragbar.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Ermittlung der Korrekturfunktion Y komplex aufgebauter Strukturen. Dem Verfahren liegen die Gesetzmäßigkeiten der linearen Elastomechanik /26/ und der Ähnlichkeitsmechanik nach WEBER /27/ zugrunde. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. Im einzelnen werden dabei folgende Forderungen berücksichtigt:

- Das Berechnungsverfahren bleibt für unterschiedliche Strukturen, die den gleichen prinzipiellen Aufbau haben, unverändert.
- Die Idealisierung mit Finiten Elementen wird, auch für un-

terschiedlich angenommene Rißlängen, nur einmal durchgeführt und für alle Untersuchungen beibehalten.

- Der erforderliche Aufwand hinsichtlich der Organisation der Berechnung und der anfallenden Rechenkosten wird minimal gehalten.

Am Beispiel eines ebenen, durch Versteifungsprofile verstärkten Bleches (im folgenden als versteiftes Blechfeld bezeichnet) wird die allgemeine Vorgehensweise für die Entwicklung des Berechnungsverfahrens demonstriert. Zur Verifizierung der bei der Entwicklung getroffenen Annahmen werden Vergleiche zwischen Rechenergebnissen und entsprechenden, bereits veröffentlichten Versuchsergebnissen herangezogen.

Anhand einiger ausgewählter Studien wird der Einfluß von bisher noch nicht untersuchten Parametern versteifter Blechfelder auf die Korrekturfunktion Y aufgezeigt. Weiterhin werden die Auswirkungen dieser Parameter auf das Rißfortschrittsverhalten infolge einstufiger Schwingbeanspruchung untersucht. Das Ziel dieser Parameterstudien ist es, Aussagen über eine optimale Auslegung versteifter Blechfelder hinsichtlich ihres Rißfortschrittsverhaltens zu machen. Analysen des Rißfortschrittsverhaltens infolge mehrstufiger Schwingbeanspruchungen und des Restfestigkeitsproblems werden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt, da in beiden Fällen zusätzliche werkstoffspezifische Eigenschaften /28,29/ zu berücksichtigen sind.

Abschließend werden Möglichkeiten diskutiert, in welcher Weise das Berechnungsverfahren zu modifizieren bzw. zu erweitern ist, um auch für andere Strukturen anwendbar zu sein.

2. LISTE DER VERWENDETEN SYMBOLE, INDICES UND PARAMETER

2.1 Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Bezeichnung</u>
x, y, z	Cartesische Koordinaten
r, φ	Polarkoordinaten
w	Scheiben-, Blechfeldbreite
t	Scheiben-, Blechfelddicke
a	halbe Rißlänge (Zentralriß) bzw. Rißlänge (Seitenriß)
b	Abstand der Versteifungsprofile
A	Bruttoquerschnittsfläche eines Versteifungsprofils
J	Flächenträgheitsmoment eines Versteifungsprofils
e	Exzentrizität eines Versteifungsprofils
p	Nietabstand
d	Nietdurchmesser
h	Nietlänge
E	Elastizitätsmodul
ν	Querkontraktionsziffer
u, v	Scheibendeformationen im $x-y$ System, s.ABB.2
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Scheibenspannungen im $x-y$ System, s.ABB.2
σ_∞	Angelegte Zugspannung
σ_{MAX}	Maximale Zugspannung in einem Versteifungsprofil
K	Spannungsintensitätsfaktor
Y	Korrekturfunktion des Spannungsintensitätsfaktors
ΔK	Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors
L	Spannungserhöhungsfaktor für ein Versteifungsprofil
N	Schwinglastwechselzahl bzw. Rißlebensdauer
da/dN	Rißfortschrittsrate
C_f, n_f, K_C	Rißfortschrittskennwerte, s.Gl.(3-15)

<u>Symbol</u>	<u>Bezeichnung</u>
$\underline{\underline{\delta}}$	Vektor der möglichen Knotenpunktdeformationen (allgemein)
$\underline{\underline{F}}$	Vektor der an den Knotenpunkten angreifenden Belastungen in Richtung von $\underline{\underline{\delta}}$ (allgemein)
$\underline{\underline{S}}$	Steifigkeitsmatrix (allgemein)
$\underline{\underline{\delta}}_k$	Vektor der möglichen Koppelpunktdeformationen einer Unterstruktur
$\underline{\underline{\delta}}_i$	Vektor der möglichen Deformationen der internen Knotenpunkte einer Unterstruktur
$\underline{\underline{F}}_k$	Vektor der an den Koppelpunkten einer Unterstruktur angreifenden Belastungen in Richtung von $\underline{\underline{\delta}}_k$
$\underline{\underline{F}}_i$	Vektor der an den internen Knotenpunkten einer Unterstruktur angreifenden Belastungen in Richtung von $\underline{\underline{\delta}}_i$
$\underline{\underline{S}}_{ll}, \underline{\underline{S}}_{lm}, \underline{\underline{S}}_{ml}, \underline{\underline{S}}_{mm}$	Untermatrizen von $\underline{\underline{S}}$ einer Unterstruktur
$\underline{\underline{S}}_{red}$	Auf die Koppelpunkte einer Unterstruktur reduzierte Steifigkeitsmatrix
$\underline{\underline{F}}_{red}$	Auf die Koppelpunkte einer Unterstruktur reduzierter Belastungsvektor
$\hat{\underline{\underline{S}}}$	Gesamtsteifigkeitsmatrix in Abhängigkeit der einzelnen reduzierten Steifigkeitsmatrizen $\underline{\underline{S}}_{red}$
$\hat{\underline{\underline{F}}}$	Gesamtbelastungsvektor in Abhängigkeit der einzelnen reduzierten Belastungsvektoren $\underline{\underline{F}}_{red}$

2.2 Indices

<u>Index</u>	<u>Abkürzung für</u>
A	Anfang
E	Ende
O	Oberwert eines Schwinglastwechsels
U	Unterwert eines Schwinglastwechsels
W	Einfluß endlicher Scheiben-, Blechfeldbreite

<u>Index</u>	<u>Abkürzung für</u>
N	Niet
V	Versteifungsprofil (allgemein)
Z	Zentralversteifung
R	Randversteifung
F	Feldversteifung

2.3 Parameter

<u>Parameter</u>	<u>Definition</u>
η	$= \frac{A}{bt}$
ξ	$= \frac{A_Z}{A_F} \quad (= \frac{A_R}{A_F})$
λ	$= \frac{E_Z}{E_F} \quad (= \frac{E_R}{E_F})$
ζ	$= \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty F}} \quad (= \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty F}})$

Weiterhin werden folgende Abkürzungen verwendet:

UMS = Unversteifte Modellstruktur

VMS = Versteifte Modellstruktur

BF1, BF2, BF3 = Versteifte Blechfelder für die Beispielsrechnungen in
Kapitel 4. Definition der Daten durch Tabelle 1.

Physikalische Einheiten : N, mm

3. GRUNDLAGEN

3.1 Allgemeines

Die in dieser Arbeit zugrunde gelegten Theorien der Bruchmechanik /10,11/, der Ähnlichkeitsmechanik /27/ und der Finit-Element Methode /14,15/ werden als bekannt vorausgesetzt und hier der Vollständigkeit halber nur in gekürzter Form zusammengestellt. Im einzelnen wird hier von folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

- Es liegt ein ebener Spannungszustand vor (Scheibentheorie).
- Die sich infolge der äußeren Belastungen einstellenden Deformationen sind klein gegenüber den Scheibenabmessungen (lineare Theorie).
- Der Werkstoff ist homogen und isotrop und folgt dem Gesetz von HOOKE /26/ (elastische Theorie).

3.2 Bruchmechanik

3.2.1 Spannungsintensitätsfaktor

Die Analysen rißbehafteter Strukturen stützen sich auf die theoretischen Untersuchungen von WESTERGAARD /10/. Ausgangspunkt seiner Untersuchungen ist eine unendlich ausgedehnte Scheibe, die einen Zentralriß der Länge $2a$ enthält und durch zweiachsige, gleichmäßig verteilte Zugspannungen G_{∞} belastet wird, s.ABB.2. Die Theorie von WESTERGAARD liefert für $y=0$ die

$$\text{Scheibenspannung} \quad G_y(x) = \frac{x G_{\infty}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (x \geq a) \quad (3-1)$$

$$\text{Scheibendeformation} \quad v(x) = \frac{2 G_{\infty}}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (x \leq a) \quad (3-2)$$

Bei Beschränkung auf den Bereich der Rißspitze ($r \ll a$) lassen sich die Scheibenspannungen G_x, G_y, τ_{xy} und die Scheibendeformationen

u, v als Funktion der Polarkoordinaten r, φ und eines Wertes K angeben /30,31/

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2}\right) \quad (3-3)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2}\right) \quad (3-4)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \quad (3-5)$$

$$u = \frac{K}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\varphi}{2} (2 - 2\nu + 2(1+\nu) \sin^2 \frac{\varphi}{2}) \quad (3-6)$$

$$v = \frac{K}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\varphi}{2} (4 - \cos^2 \frac{\varphi}{2}) \quad (3-7)$$

Durch Kombination der Gln.(3-1) und (3-4) für die Scheibenspannung σ_y (diese Vorgehensweise wird als Kraftmethode bezeichnet /17/) erhält man für $\varphi = 0$

$$K = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \frac{1+r/a}{\sqrt{1+r/2a}} \quad (3-8)$$

Durch Kombination der Gln.(3-2) und (3-7) für die Scheibendeformation v (diese Vorgehensweise wird als Deformationsmethode bezeichnet /17/) erhält man für $\varphi = \pi$

$$K = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \sqrt{1-r/2a} \quad (3-9)$$

Eine Auswertung der Gln.(3-8) und (3-9) ergibt folgende Zahlenwerte:

$\frac{r}{a}$	$\frac{K}{\sigma_\infty \sqrt{\pi a}}$	
	Kraftmethode Gl.(3-8)	Deformationsmethode Gl.(3-9)
0,5	1,342	0,866
0,4	1,278	0,894
0,3	1,212	0,922
0,2	1,144	0,949
0,1	1,073	0,975
0	1,0	1,0

Anhand dieser Zahlenwerte ist ersichtlich, daß

- beide Methoden für die Rißspitze ($r/a=0$) das gleiche Ergebnis $(1,0)$ liefern,
- die Deformationsmethode schneller gegen den Wert $1,0$ konvergiert als die Kraftmethode.

Aus der Grenzwertbetrachtung $r/a \rightarrow 0$ erhält man für die Scheibe nach ABB.2 die Lösung

$$K = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} \quad (3-10)$$

Der Wert K nach Gl.(3-10) wird von IRWIN /11/ als Spannungsintensitätsfaktor bezeichnet.

Bei realen Strukturen liegen die einfachen Verhältnisse der Scheibe nach ABB.2 nicht mehr vor. In Anlehnung an die bereits erwähnten Handbücher /12,13/ wird hier der Spannungsintensitätsfaktor für reale Strukturen wie folgt definiert

$$K = \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a} Y \quad (3-11)$$

In Gl.(3-11) ist Y die Korrekturfunktion, die die Abweichungen der realen Struktur gegenüber der Scheibe nach ABB.2 berücksichtigt. Im allgemeinen ist Y nach /12,13/ abhängig von der Geometrie, der Steifigkeit, der Belastungsart, der Rißkonfiguration und der Rißlänge. Für den Fall einer gleichmäßig verteilten Zugspannung σ_{∞} wird der Einfluß endlicher Scheibenbreite W für einen Zentralriß der Länge $2a$ nach /32/ durch folgende Breitenkorrekturfunktion angegeben

$$Y_W = \sqrt{\sec(\pi a/w)} \quad (3-12)$$

Für andere Rißkonfigurationen ergeben sich analoge Breitenkorrekturfunktionen /12,13/. Durch Umstellung von Gl.(3-11) erhält man die Korrekturfunktion der realen Struktur in allgemeiner Form

$$Y = \frac{K}{\sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}} \quad (3-13)$$

Der Nenner in Gl.(3-13) ist der Spannungsintensitätsfaktor für die

Scheibe nach ABB.2, der im folgenden für die Definition der Korrekturfunktion Y als Basiswert zugrunde gelegt wird.

3.2.2 Rißfortschrittsanalysen

Bei einer einstufigen Schwingbeanspruchung (Schwingbreite zwischen einer angelegten Oberspannung $\sigma_{\infty O}$ und einer angelegten Unterspannung $\sigma_{\infty U}$) definiert man gemäß /4,6,8/ als Schwingbreite des Spannungsin-
tensitätsfaktors den Wert

$$\Delta K = (\sigma_{\infty O} - \sigma_{\infty U}) \sqrt{\pi a} Y \quad (3-14)$$

Die Schwingbeanspruchung bewirkt, daß der Riß um einen gewissen Betrag wachsen wird. Der Rißzuwachs pro angelegtem Schwinglastwechsel wird nach /8,33/ als Rißfortschrittsrate da/dN bezeichnet. Die Verknüpfung zwischen da/dN und ΔK wird von FORMAN /34/ für hochfeste Aluminiumlegierungen durch folgende Beziehung festgelegt

$$da/dN = C_f \frac{(\Delta K)^{n_f}}{(1 - \sigma_{\infty U} / \sigma_{\infty O}) K_{C_f} - \Delta K} \quad (3-15)$$

In Gl.(3-15) stellen die Werte $\sigma_{\infty O}, \sigma_{\infty U}, \Delta K$ die Beanspruchungsgrößen dar. Bei den Werten C_f, n_f, K_{C_f} handelt es sich um werkstoff-spezifische Kenngrößen, die experimentell an einfachen Versuchsstücken zu ermitteln sind /35,36/.

Die Abhängigkeit der Rißlänge a von der aufgetragenen Schwinglastwechselzahl N erhält man nach Integration von Gl.(3-15) unter Verwendung von Gl.(3-14)

$$a(N) = a_A + \int_{N(a_A)}^{N(a_E)} (da/dN) dN \quad (3-16)$$

In Gl.(3-16) bedeuten:

a_A = Anfangsrißlänge, bei der die Rißfortschrittsberechnung beginnt. Die Anfangsrißlänge ist im allgemeinen identisch mit der entdeckbaren Rißlänge /7/.

a_E = Endrißlänge, bei der die Rißfortschrittsberechnung endet.

Die Endrißlänge ist identisch mit der kritischen Rißlänge, bei deren Erreichen ein Versagen der Struktur auftritt /29/.

3.3 Ähnlichkeitsmechanik

3.3.1 Allgemeines

Die Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik für statische Elastizitätsprobleme sind von WEBER /27/ entwickelt worden. Seine Untersuchungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Betrachtet werden zwei Strukturen, die den gleichen prinzipiellen Aufbau haben. Die eine sei die reale, zu untersuchende Struktur, die andere die Modellstruktur. Wenn diese beiden Strukturen elastomechanisch ähnlich sind, dann lassen sich die an der Modellstruktur gefundenen Ergebnisse auf die reale Struktur in entsprechender Weise übertragen. Elastomechanisch ähnlich bedeutet: Ähnlichkeit in der Geometrie, in den Steifigkeits- und in den Belastungsverhältnissen. Die Daten der Modellstruktur resultieren aus den Ähnlichkeitsbedingungen, für deren Formulierung gewisse geometrische Größen sowie Steifigkeits- und Belastungsgrößen der Modellstruktur als Basiswerte vorzugeben sind.

3.3.2 Anwendung für Analysen rißbehafteter Strukturen

Gegenüber den von WEBER /27/ untersuchten Strukturen ist hier die Rißlänge zusätzlich zu berücksichtigen. Dies gilt sowohl für die reale Struktur, als auch für die Modellstruktur. Die für die Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik vorzugebende Basiswerte der Modellstruktur (deren Daten im folgenden mit einem zusätzlichen Querbalken gekennzeichnet werden) seien:

Geometrie:	Breite $\bar{b}$ in $\bar{x}$ -Richtung
Steifigkeit:	Elastizitätsmodul $\bar{E}$
Belastung:	Angelegte Zugspannung $\bar{\sigma}_\infty$

Die Korrekturfunktion der realen Struktur bzw. der Modellstruktur lau-

ten nach Gl.(3-13)

$$Y = \frac{K}{\sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}} \quad , \quad \bar{Y} = \frac{\bar{K}}{\bar{\sigma}_{\infty} \sqrt{\pi \bar{a}}} \quad (3-17)$$

Der Spannungsintensitätsfaktor K bzw. $\bar{K}$ läßt sich aus der Rißuferdeformation $v(\varphi=\pi)$ bzw. $\bar{v}(\bar{\varphi}=\pi)$ nach Gl.(3-7) berechnen. Durch Kombination der Gln.(3-7),(3-17) und unter Einbeziehung des geometrischen Basiswertes b bzw. $\bar{b}$ erhält man

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{E}{\sigma_{\infty}} \sqrt{\frac{b}{a}} \lim_{\frac{r}{b} \rightarrow 0} \left(\frac{v(\varphi=\pi)}{b} \sqrt{\frac{b}{r}} \right) \quad (3-18)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{\bar{E}}{\bar{\sigma}_{\infty}} \sqrt{\frac{\bar{b}}{\bar{a}}} \lim_{\frac{\bar{r}}{\bar{b}} \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{v}(\bar{\varphi}=\pi)}{\bar{b}} \sqrt{\frac{\bar{b}}{\bar{r}}} \right) \quad (3-19)$$

Wenn die reale Struktur und die Modellstruktur elastomechanisch ähnlich sind, d.h. wenn $\frac{E}{\sigma_{\infty}} = \frac{\bar{E}}{\bar{\sigma}_{\infty}}$ und $\frac{a}{b} = \frac{\bar{a}}{\bar{b}}$, dann liegen nach WEBER /27/ auch ähnliche Deformationsverhältnisse vor, d.h.

$$\lim_{\frac{r}{b} \rightarrow 0} \left(\frac{v(\varphi=\pi)}{b} \sqrt{\frac{b}{r}} \right) = \lim_{\frac{\bar{r}}{\bar{b}} \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{v}(\bar{\varphi}=\pi)}{\bar{b}} \sqrt{\frac{\bar{b}}{\bar{r}}} \right) \quad (3-20)$$

Unter diesen Voraussetzungen ist dann die gesuchte Korrekturfunktion der realen Struktur gleich derjenigen der Modellstruktur

$$Y = \bar{Y} \quad (3-21)$$

3.4 Finit-Element Methode

3.4.1 Allgemeines

Die zu untersuchende Struktur wird in eine Vielzahl von Elementen mit endlichen Abmessungen (Finite Elemente) unterteilt. Diese Unterteilung wird als Idealisierung bezeichnet. Das elastomechanische Verhalten der einzelnen Elemente wird dabei durch entsprechende Ansätze des Deformations- bzw. Spannungszustandes beschrieben. Einander benachbarte Elemente sind dabei an den sogenannten Knotenpunkten mitein-

ander verbunden. Die Berechnung der idealisierten Struktur kann mit Hilfe der Deformationsmethode oder der Kraftmethode erfolgen. Da die Deformationsmethode für die Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors bessere Konvergenzeigenschaften hat als die Kraftmethode (s. dazu Kapitel 3.2.1) wird sie in dieser Arbeit als Berechnungsmethode verwendet.

Bei der Deformationsmethode ergeben die Gleichgewichtsbedingungen, die für die an den Knotenpunkten angreifenden Belastungen zu formulieren sind, ein lineares, inhomogenes Gleichungssystem. Die Auflösung dieses Gleichungssystems liefert die unbekannten Knotenpunktdeformationen. Unter Berücksichtigung der Lagerungsbedingungen wird in Matrixschreibweise

$$\underline{\delta} = \underline{S}^{-1} \underline{F} \quad (3-22)$$

Für viele Probleme ist es aus Gründen der Verringerung des erforderlichen Aufwandes zweckmäßig, die idealisierte Struktur in Unterstrukturen /15/ zu unterteilen. Diese Unterstrukturen werden an den sogenannten Koppelpunkten derart zusammengefügt, daß sich aus ihnen die vollständige idealisierte Struktur ergibt. Diese Zusammenfügen wird als Kopplung bezeichnet. Jede Unterstruktur enthält Koppelpunkte und interne Knotenpunkte, deren Deformationen für sich wie folgt berechnet werden

$$\begin{bmatrix} \underline{\delta}_k \\ \underline{\delta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{ll} & \underline{S}_{lm} \\ \underline{S}_{ml} & \underline{S}_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{F}_k \\ \underline{F}_i \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Für die weiteren Untersuchungen werden nach /15/ nur noch die auf die Koppelpunkte reduzierten Steifigkeitsmatrizen und Belastungsvektoren der einzelnen Unterstrukturen benötigt. Diese lauten nach /15/

$$\underline{\underline{S}}_{\text{red}} = \underline{\underline{S}}_{\text{ll}} - \underline{\underline{S}}_{\text{lm}} \underline{\underline{S}}_{\text{mm}}^{-1} \underline{\underline{S}}_{\text{ml}} \quad (3-24)$$

$$\underline{\underline{F}}_{\text{red}} = \underline{\underline{F}}_{\text{k}} - \underline{\underline{S}}_{\text{lm}} \underline{\underline{S}}_{\text{mm}}^{-1} \underline{\underline{F}}_{\text{i}} \quad (3-25)$$

Nach Kopplung der Unterstrukturen folgt die Gesamtsteifigkeitsmatrix $\hat{\underline{\underline{S}}}$ und der Gesamtbelastungsvektor $\hat{\underline{\underline{F}}}$ in Abhängigkeit von den reduzierten Steifigkeitsmatrizen und den Belastungsvektoren der einzelnen Unterstrukturen. Schließlich erhält man die Deformationen der Koppel- und der internen Knotenpunkte für jede Unterstruktur

$$\underline{\underline{\delta}}_{\text{k}} = \hat{\underline{\underline{S}}}^{-1} \hat{\underline{\underline{F}}} \quad (3-26)$$

$$\underline{\underline{\delta}}_{\text{i}} = \underline{\underline{S}}_{\text{mm}}^{-1} (\underline{\underline{F}}_{\text{i}} - \underline{\underline{S}}_{\text{ml}} \underline{\underline{\delta}}_{\text{k}}) \quad (3-27)$$

3.4.2 Anwendung für Analysen rißbehafteter Strukturen

Bei der Anwendung der Finit-Element Methode für Analysen rißbehafteter Strukturen ist dem Vorhandensein eines angenommenen Risses besondere Aufmerksamkeit zu widmen /16 bis 25/. Prinzipiell können dabei zwei unterschiedliche Wege eingeschlagen werden:

- Es wird ein spezielles Rißelement verwendet /18,19,20/. Der Spannungsintensitätsfaktor wird direkt berechnet. Die praktische Handhabung solcher Elemente ist aufgrund ihrer komplizierten Randbedingungen allerdings nicht problemlos /19, 20/.
- Der Bereich der Rißspitze wird mit herkömmlichen Elementen idealisiert /21 bis 25/. Der gesuchte Spannungsintensitätsfaktor ist aus den berechneten Rißuferdeformationen nach /24/ wie folgt zu berechnen:

- Für den Rißuferknotenpunkt j , der den Abstand r_j von der Rißspitze hat, sei die berechnete Deformation

$v_j = v_j(r_j, \varphi=\pi)$, die im Vektor $\underline{\underline{\delta}}_j$ nach Gl.(3-27) ent-

halten sei.

- Nach Gl.(3-7) wird dann ein r_j -abhängiger Spannungsintensitätsfaktor K_j berechnet

$$K_j = \frac{E}{4} v_j \sqrt{\frac{2\pi}{r_j}} \quad (3-28)$$

- Der aktuelle Spannungsintensitätsfaktor K folgt aus der Grenzwertbetrachtung

$$K = \lim_{r_j \rightarrow 0} K_j \quad (3-29)$$

Hinsichtlich der Rechengenauigkeiten sind die beiden unterschiedlichen Vorgehensweisen nach /16,17,21/ gleichwertig.

Sind die reale Struktur und die als Basis zugrunde gelegte Scheibe mit herkömmlichen Elementen in der gleichen Weise idealisiert, dann folgt nach den Gln.(3-28),(3-29) die Korrekturfunktion des Spannungsintensitätsfaktors unter der Voraussetzung der gleichen Belastungsart und der gleichen Rißlänge zu

$$Y = \frac{K_{\text{STRUKTUR}}}{K_{\text{SCHEIBE}}} \quad (3-30)$$

4. BERECHNUNGSVERFAHREN

4.1 Vorbemerkungen

Die Entwicklung des Berechnungsverfahrens zur Ermittlung der Korrekturfunktion für den Spannungsintensitätsfaktor komplex aufgebauter Strukturen wird am Beispiel eines ebenen, versteiften Blechfeldes demonstriert. Der prinzipielle Aufbau des versteiften Blechfeldes wie auch seiner Daten sind durch ABB.3 definiert. Es wird angenommen, daß ein Zentralriß der Länge $2a$ sich im Blechfeld unterhalb eines Versteifungsprofils (im folgenden mit Zentralversteifung bezeichnet) befindet und symmetrisch zu den Koordinatenachsen $x=0$ und $y=0$ in Richtung des benachbarten Versteifungsprofils (im folgenden mit Feldversteifung bezeichnet) wächst. Lokale Einflüsse auf den Spannungsintensitätsfaktor, die aus dem Vorhandensein von Nietbohrungen /37/ oder aus dem Nietsetzen /38/ resultieren, werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Die Aufgabe des Berechnungsverfahrens besteht darin, den Einfluß der Versteifungsprofile nach ABB.3 auf den Spannungsintensitätsfaktor in der Form einer Korrekturfunktion

$$Y_V = \frac{K_{\text{VERSTEIFT}}}{K_{\text{UNVERSTEIFT}}} \quad (4-1)$$

zu ermitteln. Die Berechnung der Korrekturfunktion Y_V hat dabei in Anlehnung an die Vorschriften für Schadenstoleranzanalysen tragender Flugzeugstrukturen /1,2/ für die beiden Extremfälle einer intakten und einer vollständig durchtrennten Zentralversteifung zu erfolgen.

Aufgrund des komplexen Aufbaus eines versteiften Blechfeldes ist zur Lösung des hier anstehenden Problems ein elastomechanisches Näherungsverfahren heranzuziehen. Hierfür wird in dieser Arbeit die Methode der Finiten Elemente, speziell die Deformationsmethode, verwendet. Bei dieser Methode war es bisher üblich /17,22,23,24/, wie folgt vorzugehen:

- Jede zu untersuchende, reale Struktur wird durch ein bestimmtes Rechenmodell simuliert. Dabei entsprechen die Daten

des Rechenmodells (Geometrie, Steifigkeit, Belastung) denjenigen der realen Struktur. Für jede andere Struktur ist dann ein anderes Rechenmodell zu definieren.

- Die Idealisierung mit Finiten Elementen wird für eine ganz bestimmte Rißlänge durchgeführt und ist für jede andere Rißlänge neu zu definieren.
- Die Berechnung erfolgt im Rahmen der Gesamtidealisierung.

Diese Vorgehensweise erfordert einen großen organisatorischen Aufwand und hat hohe anfallende Rechenzeiten, und damit hohe Rechenkosten, zur Folge. Eine Übertragbarkeit der gefundenen Rechenergebnisse auf andere Strukturen ist zudem nicht gewährleistet.

Das Ziel des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens ist eine allgemeine Anwendbarkeit auf Strukturen, die den gleichen prinzipiellen Aufbau haben, und die Reduzierung des erforderlichen organisatorischen Aufwandes und der anfallenden Rechenkosten. Ein wirksames Hilfsmittel zur Erreichung dieses Zieles stellen die Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik /27/ in Verbindung mit der Unterstrukturtechnik der Deformationsmethode /15/ dar.

4.2 Allgemeine Beschreibung

Die Grundidee des Berechnungsverfahrens basiert auf der Annahme ähnlicher Deformationszustände, und damit ähnlicher Korrekturfunktionen (s. Kapitel 3.3.2), für elastomechanisch ähnliche Strukturen. In Analogie zu Gl.(4-1) wird für die Modellstruktur

$$\bar{Y}_V = \frac{\bar{K}_{\text{VERSTEIFT}}}{\bar{K}_{\text{UNVERSTEIFT}}} \quad (4-2)$$

Sind die reale Struktur und die Modellstruktur also einander elastomechanisch ähnlich, dann erhält man für $a/b = \bar{a}/\bar{b}$ als Ergebnis $Y_V = \bar{Y}_V$. Gemäß dieser Aussage besteht die Aufgabe darin, den Spannungsintensitätsfaktor der versteiften Modellstruktur (die im folgenden mit VMS abgekürzt wird) und den der unversteiften Modellstruktur (die im folgenden mit UMS abgekürzt wird) zu berechnen.

Nach /27/ muß es sich bei der VMS ebenfalls um ein versteiftes Blechfeld mit analogen Definitionen gemäß ABB.3 handeln. Weiterhin ist ersichtlich, daß die VMS sich zusammensetzt aus der UMS und den Versteifungsprofilen nebst den dazugehörigen Nieten. Nach /27/ ist es erforderlich, zur Formulierung der Ähnlichkeitsbedingungen (s. Kapitel 4.3) einige Daten der Modellstruktur vorzugeben. Für das hier anstehende Problem werden folgende vorzugebende Daten gewählt:

- Geometrie

in $\bar{x}$ -Richtung: Blechfeldbreite $\bar{w}$ und Abstand der Versteifungsprofile $\bar{b}$

in $\bar{y}$ -Richtung: Nietabstand $\bar{p}$

in $\bar{z}$ -Richtung: Blechfelddicke $\bar{t}$

- Steifigkeit

Elastizitätsmodul des Blechfeldes $\bar{E}$

- Belastung

An das Blechfeld angelegte Zugspannung $\bar{\sigma}_{\infty}$

Die Wahl gerade dieser Daten ist dadurch begründet, daß sie sowohl für ein versteiftes Blechfeld nach ABB.3 charakteristisch sind, als auch nach /22,39 bis 43/ den dominierenden Einfluß auf die Korrekturfunktion Y_V haben. Durch die Wahl der Daten $\bar{w}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{t}, \bar{E}$ und $\bar{\sigma}_{\infty}$ sind die UMS und der Hauptbestandteil der VMS eindeutig festgelegt. Die restlichen Daten der VMS ergeben sich aus den noch zu formulierenden Ähnlichkeitsbedingungen (s. Kapitel 4.3). Es sei an dieser Stelle ausdrücklich vermerkt, daß derjenige Bestandteil der VMS, der den angenommenen Riß enthält, der UMS entspricht und durch die Vorgabe der Daten $\bar{w}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{t}, \bar{E}$ und $\bar{\sigma}_{\infty}$ für alle nachfolgenden Untersuchungen unverändert bleibt.

Für die Ermittlung der Korrekturfunktion $\bar{Y}_V$ nach Gl.(4-2) hat die Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors der UMS und des der VMS für unterschiedliche Rißlängenverhältnisse $\bar{a}/\bar{b}$ zu erfolgen. Hierzu werden die Rißuferdeformationen benötigt (s. Kapitel 3.4.2). Die Berechnung der Rißuferdeformationen wird mit Hilfe der Finit-Element

Methode unter Hinzunahme der Unterstrukturtechnik der Deformationsmethode durchgeführt. Dazu ist es notwendig, die UMS und die VMS in geeignete Unterstrukturen zu unterteilen. Man benötigt zwei unterschiedliche Gruppen von Unterstrukturen:

- Gruppe 1 enthält die Unterstrukturen für das rißbehaftete Blechfeld. Diese Unterstrukturen beschreiben die UMS vollständig und den Hauptbestandteil der VMS.
- Gruppe 2 enthält die Unterstrukturen für die Versteifungsprofile nebst den dazugehörigen Nieten. Diese Unterstrukturen sind nur Bestandteil der VMS.

Da nach Voraussetzung die Berechnung für unterschiedliche Rißlängenverhältnisse $\bar{a}/\bar{b}$ erfolgen soll, sind unterschiedliche Unterstrukturen für die UMS und für den Hauptbestandteil der VMS zu definieren. Einige dieser Unterstrukturen der Gruppe 1 müssen dabei den Bereich der Rißspitze enthalten. Aufgrund der Tatsache, daß durch Vorgabe der Daten $\bar{w}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{t}, \bar{E}$ und $\bar{O}_{\infty}$ die UMS und der Hauptbestandteil der VMS unverändert bleiben, braucht deren Unterteilung in Unterstrukturen nur einmal durchgeführt zu werden und wird für alle nachfolgenden Untersuchungen beibehalten. Nachdem dann die Unterstrukturen mit Finiten Elementen idealisiert worden sind, umfaßt das Berechnungsverfahren folgende - stichpunktartig aufgezählte - Einzelschritte:

- Die Steifigkeitsmatrix und der Belastungsvektor jeder Unterstruktur der UMS werden gemäß der Gln.(3-24),(3-25) auf die Koppelpunkte reduziert. Da die UMS auch als Hauptbestandteil der VMS unverändert bleibt, sind die so berechneten Daten als bekannt anzusehen, werden auf Band gespeichert und nach Bedarf abgerufen.
- Die Steifigkeitsmatrix und der Belastungsvektor derjenigen Unterstruktur der VMS, die die Versteifungsprofile nebst den dazugehörigen Nieten beschreiben, werden ebenfalls auf die entsprechenden Koppelpunkte reduziert.
- In Abhängigkeit von dem zu untersuchenden Rißlängenverhält-

nis $\bar{a}/\bar{b}$ wird ein Kopplungsschema aufgestellt, das angibt, welche Unterstrukturen an den Koppelpunkten zusammenzufügen sind.

- Aus der anschließenden Kopplungsrechnung folgen nach Gl.(3-26) der Vektor $\bar{\delta}_k$, der die Deformationen der Koppelpunkte enthält, und nach Gl.(3-27) der Vektor $\bar{\delta}_i$, der die Deformationen der internen Knotenpunkte einer Unterstruktur enthält.
- Für diejenige Unterstruktur, die den Bereich der Rißspitze enthält, werden die Rißuferdeformationen aus dem Vektor $\bar{\delta}_i$ zur Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors nach den Gln.(3-28),(3-29) herangezogen.

Die Berechnung hat sowohl für die UMS, als auch für die VMS bei jeweils gleichen Rißlängenverhältnissen $\bar{a}/\bar{b}$ zu erfolgen. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß infolge unveränderter UMS diese Berechnung für unterschiedliche Rißlängenverhältnisse $\bar{a}/\bar{b}$ nur einmal durchgeführt zu werden braucht. Die so berechneten Daten für die UMS sind dann als bekannt anzusehen.

Der Ablauf des Berechnungsverfahrens ist schematisch in ABB.4 dargestellt.

4.3 Ähnlichkeitsbedingungen

Die restlichen Daten der VMS (Querschnitts-, Steifigkeits- und Belastungswerte der Versteifungsprofile und der Niete) ergeben sich aus den Ähnlichkeitsbedingungen. Diese Bedingungen werden hinsichtlich der Ähnlichkeit der Geometrie, der Steifigkeit und der Belastung zwischen der VMS und der realen Struktur formuliert. In Anlehnung an /27/ lauten die Ähnlichkeitsbedingungen für das hier anstehende Problem:

- Ähnlichkeit der geometrischen Verhältnisse
 - Ähnlichkeit der Querschnittsflächen

$$\frac{\bar{A}}{\bar{b} \bar{t}} = \frac{A}{b t}$$

(4-3)

- Ähnlichkeit der Flächenträgheitsmomente

$$\frac{12 \bar{J}}{\bar{b} \bar{t}^3} = \frac{12 J}{b t^3} \quad (4-4)$$

- Ähnlichkeit der spezifischen Exzentrizitäten (Quotient aus Exzentrizität und Flächenträgheitsradius)

$$\bar{e} \sqrt{\frac{\bar{A}}{\bar{J}}} = e \sqrt{\frac{A}{J}} \quad (4-5)$$

- Ähnlichkeit der Nietgeometrie

$$\frac{\bar{d}}{\bar{p}} = \frac{d}{p} \quad (4-6)$$

$$\frac{\bar{h}}{\bar{d}} = \frac{h}{d} \quad (4-7)$$

- Ähnlichkeit der Steifigkeiten (elastische Werkstoffkennwerte)

- Ähnlichkeit der Elastizitätsmoduli der Versteifungsprofile

$$\frac{\bar{E}_V}{\bar{E}} = \frac{E_V}{E} \quad (4-8)$$

- Ähnlichkeit der Elastizitätsmoduli der Niete

$$\frac{\bar{E}_N}{\bar{E}} = \frac{E_N}{E} \quad (4-9)$$

- Ähnlichkeit der angelegten Belastungen (Zugkräfte)

$$\frac{\bar{\sigma}_{\infty V} \bar{A}_V}{\bar{\sigma}_{\infty} \bar{b} \bar{t}} = \frac{\sigma_{\infty V} A_V}{\sigma_{\infty} b t} \quad (4-10)$$

Diese Ähnlichkeitsbedingungen sind jeweils getrennt für die Zentralversteifung und für die Feldversteifung aufzustellen. Durch Vorgabe der Daten $\bar{w}, \bar{b}, \bar{p}, \bar{t}, \bar{E}$ und $\bar{\sigma}_{\infty}$ und unter Berücksichtigung der Gln.(4-3) bis (4-10) sind alle Daten der VMS in Abhängigkeit von den Daten der realen Struktur bekannt.

4.4 Berechnung der UMS und der VMS

4.4.1 Vorbemerkungen

Das zu untersuchende Rißlängenverhältnis $\bar{a}/\bar{b}$ wird im Bereich $0,1 \leq \bar{a}/\bar{b} \leq 1,0$ gewählt. Die Wahl der unteren Bereichsgrenze trägt folgenden Gesichtspunkten Rechnung:

- Lokale Einflüsse auf den Spannungsintensitätsfaktor, die aus dem Vorhandensein von Nietbohrungen oder aus dem Nietsetzen resultieren, können bei diesem Rißlängenverhältnis nach /37, 38/ vernachlässigt werden.
- Rißlängen in der Größenordnung $a \approx 0,1b$ können mit Hilfe geeigneter Inspektionsmethoden nach /7/ als abgesichert entdeckbar betrachtet werden.

An dieser Stelle sei zudem ein Ergebnis der Parameterstudien (s. Kapitel 5) vorweggenommen, wonach eine graphische Extrapolation zu a/b -Verhältnissen $< 0,1$ möglich ist. Die gewählte obere Bereichsgrenze entspricht den Festlegungen der Vorschriften für Schadenstoleranzanalysen tragender Flugzeugstrukturen /1,2/.

4.4.2 Verwendete Elemente

Für die Idealisierung der UMS und der VMS werden in dieser Arbeit bekannte Elemente /14,15,44,45,46/ verwendet. Die einzelnen Bestandteile der Modellstrukturen werden mit folgenden Elementen idealisiert:

- Rißbehaftetes Blechfeld (UMS, VMS)
Viereckige Scheibenelemente, die einen längs der Scheibenränder linear veränderlichen Ansatz für die Deformationen beinhalten.
- Versteifungsprofile (VMS)
Biegeelemente, die die elementare Biegetheorie und eine exzentrische Längskrafteinleitung berücksichtigen.
- Niete (VMS)
Dehnweiche Schubelemente, die die Lastübertragung zwischen Blechfeld und den Versteifungsprofilen über Schubkräfte gewährleisten.

4.4.3 Idealisierung des Rißspitzenbereichs

Bei der Verwendung herkömmlicher Elemente zur Idealisierung des Rißspitzenbereichs ist in Richtung der Rißspitze nach /16,17,24,25/ eine immer feiner werdende Unterteilung vorzunehmen. Aus der Arbeit von CHAN /24/, der dreieckige Scheibenelemente nach /46/ für seine Untersuchungen benutzt, geht hervor, daß die Rechengenauigkeit zunimmt, wenn die Größe der Elemente im Rißspitzenbereich abnimmt. Ein Kriterium für die Rechengenauigkeit nach CHAN /24/ stellt der Quotient aus der Grundfläche derjenigen Elemente, die im Rißspitzenbereich verwendet werden, und dem Quadrat der untersuchten Rißlänge dar. Dieser Quotient sollte bei der Verwendung von dreieckigen Scheibenelementen den Wert 10^{-4} nicht überschreiten. FÜHRING /25/ hat in seiner Arbeit den Einfluß einer feinen Idealisierung im Rißspitzenbereich für den

$$\text{Fall A: } 0 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$\text{Fall B: } 0 \leq \varphi \leq \pi$$

auf die Rechengenauigkeit untersucht. Bei Verwendung von dreieckigen Scheibenelementen sind danach die Abweichungen zwischen der Finit-Element Lösung und der theoretischen Lösung

$$\text{im Fall A: } -7,7 \%$$

$$\text{im Fall B: } -4,4 \%$$

Der Fall B liefert gegenüber dem Fall A also eine Steigerung der Rechengenauigkeit von 43%.

Beim Übergang von dreieckigen Scheibenelementen auf viereckige Scheibenelemente ist zunächst festzustellen, daß ein Viereckscheibenelement aus vier Dreieckscheibenelementen aufgebaut werden kann /46/. Daraus folgt nach /23/, daß Viereckscheibenelemente für Analysen riß-behafteter Strukturen besser geeignet sind als Dreieckscheibenelemente. Ein weiterer Vorteil der Viereckscheibenelemente besteht nach /23/ in der einfacheren Handhabung hinsichtlich einer automatischen Netzerzeugung.

Aufgrund der hier gemachten Aussagen wird der Bereich der Rißspitze mit Viereckscheibenelementen idealisiert, wie in ABB.5 angegeben. Der Riß wird durch Weglassen entsprechender Auflagerreaktionen simuliert,

was einer üblichen Vorgehensweise /16,17/ entspricht. Die in ABB.5 angegebenen Zahlenwerte geben Auskunft über die relative Lage der Knotenpunkte zueinander und über die relativen Elementabmessungen.

4.4.4 Definition der Unterstrukturen

Aufgrund der in ABB.3 angenommenen Symmetrieeigenschaften braucht nur ein Viertel des versteiften Blechfeldes untersucht zu werden. Für die Lagerungsbedingungen bedeuten die Symmetrieeigenschaften, daß die Deformation $\bar{u}$ für $\bar{x}=0$ und die Deformation $\bar{v}$ für $\bar{y}=0$ unterdrückt werden müssen.

Diejenigen Unterstrukturen, die die UMS und den Hauptbestandteil der VMS (d.h. das rißbehaftete Blechfeld) beschreiben, sind durch die ABB.6 bis 11 definiert. Dabei enthalten die Unterstrukturen (1) bis (10) die Idealisierung des Rißspitzenbereiches nach ABB.5. Zusammen mit den Unterstrukturen (11) bis (19) beschreiben die Unterstrukturen (1) bis (10) den zu untersuchenden Rißlängenbereich $0,1 \leq \bar{a}/\bar{b} \leq 1,0$. Die Lagerungsbedingung $\bar{x}=0: \bar{u}=0$ bzw. $\bar{y}=0: \bar{v}=0$ ist bei der Definition der Unterstrukturen (1) bis (10) bzw. (1) bis (19) berücksichtigt. Die Unterstrukturen sind derart aufgebaut, daß eine gleichmäßige Verteilung der Viereckscheibenelemente angestrebt wird. Dies hat eine einfache automatische Netzerzeugung der Knotenpunkte zur Folge. Der Riß, außerhalb des in ABB.5 dargestellten Bereiches, wird ebenfalls durch Weglassen der Auflagerreaktionen simuliert. Die Unterstruktur (20) mit der Lagerungsbedingung $\bar{y}=0: \bar{v}=0$ befindet sich außerhalb des zu untersuchenden Rißlängenbereiches. Sie wird zusätzlich eingeführt, um den Einfluß endlicher Blechfeldbreite minimal zu halten. Wenn z.B. die $\bar{x}$ -Abmessung der Unterstruktur (20) $\geq 3\bar{b}$ ist, dann liegt die Breitenkorrekturfunktion $\bar{Y}_W$ nach Gl.(3-12) im Bereich $1,0 \leq \bar{Y}_W \leq 1,04$.

Die Versteifungsprofile nebst den dazugehörigen Nieten sind jeweils in einer Unterstruktur zusammengefaßt, s. dazu ABB.12:

Unterstruktur (21) = die intakte Feldversteifung; $\bar{y}=0: \bar{v}=0$

Unterstruktur (22) = die intakte Zentralversteifung; $\bar{x}=0: \bar{u}=0$
 $\bar{y}=0: \bar{v}=0$

Unterstruktur (23) = die bei $\bar{y}=0$ vollständig durchtrennte Zentralversteifung; $\bar{x}=0: \bar{u}=0$

4.4.5 Kopplung der Unterstrukturen

In Abhängigkeit von dem Rißlängenverhältnis $\bar{a}/\bar{b}$ sind die in den ABB.6 bis 12 definierten Unterstrukturen an den entsprechenden Koppelpunkten zusammenzufügen. Diese Koppelpunkte sind in den ABB.6 bis 12 bei den einzelnen Unterstrukturen durch unterschiedliche Symbole gekennzeichnet:

Symbol ○	Kopplung in der Ebene $\bar{z}=0$	
	Unterstruktur (1) mit Unterstruktur (11) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,1$	
	Unterstruktur (2) mit Unterstruktur (12) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,2$	
	⋮	
	Unterstruktur (9) mit Unterstruktur (19) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,9$	
Symbol ⊕	Kopplung in der Ebene $\bar{z}=0$	
	Unterstruktur (11) mit Unterstruktur (20) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,1$	
	Unterstruktur (12) mit Unterstruktur (20) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,2$	
	⋮	
	Unterstruktur (19) mit Unterstruktur (20) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,9$	
	Unterstruktur (10) mit Unterstruktur (20) für $\bar{a}/\bar{b} = 1,0$	
Symbol ⊕	Kopplung in $\bar{z}$ -Richtung	
	Unterstruktur (11) mit Unterstruktur (21) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,1$	
	Unterstruktur (12) mit Unterstruktur (21) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,2$	
	⋮	
	Unterstruktur (19) mit Unterstruktur (21) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,9$	
	Unterstruktur (10) mit Unterstruktur (21) für $\bar{a}/\bar{b} = 1,0$	
Symbol ⊗	Kopplung in $\bar{z}$ -Richtung	
	Unterstruktur (1) mit Unterstruktur (Z) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,1$	
	Unterstruktur (2) mit Unterstruktur (Z) für $\bar{a}/\bar{b} = 0,2$	
	⋮	
	Unterstruktur (10) mit Unterstruktur (Z) für $\bar{a}/\bar{b} = 1,0$	

Für den Fall der intakten Zentralversteifung ist (Z) = (22), für den Fall

der vollständig durchtrennten Zentralversteifung ist $\textcircled{Z} = \textcircled{23}$. Die so beschriebene Kopplung ist unter Verwendung der gleichen Symbole $\textcircled{O}$, $\textcircled{1}$, $\textcircled{+}$, $\textcircled{\otimes}$ in ABB.13 dargestellt.

Hinweis: Zur weiteren organisatorischen Vereinfachung können für jede zu untersuchende Rißlänge die Unterstrukturen des Blechfeldes zu jeweils einer Gesamtunterstruktur zusammengefaßt werden.

4.4.6 Berechnung der Korrekturfunktion

Der Berechnungsvorgang zur Ermittlung der Korrekturfunktion $\bar{Y}_V$ ist bereits in Kapitel 4.2 vorgestellt worden. Der Vollständigkeit halber seien hier die erforderlichen Einzelschritte in stichpunktartiger Aufzählung bewußt wiederholt:

- Die reduzierte Steifigkeitsmatrix und der reduzierte Belastungsvektor der jeweiligen Unterstrukturen $\textcircled{1}$ bis $\textcircled{20}$ werden nach den Gln.(3-24),(3-25) berechnet und die Daten auf Band gespeichert.
- Für die zu untersuchende reale Struktur werden die Daten der elastomechanisch ähnlichen VMS unter Verwendung der Gln.(4-3) bis (4-10) ermittelt.
- Die reduzierte Steifigkeitsmatrix und der reduzierte Belastungsvektor für diejenigen Unterstrukturen, die die Versteifungsprofile nebst den dazugehörigen Nieten beschreiben, werden nach den Gln.(3-24),(3-25) berechnet und die Daten ebenfalls auf Band gespeichert.
- Für das zu untersuchende Rißlängenverhältnis $\bar{a}/\bar{b}$ werden gemäß ABB.13 die Unterstrukturen gekoppelt und die Gesamtsteifigkeitsmatrix $\underline{\hat{S}}$ und der Gesamtbelastungsvektor $\underline{\hat{F}}$ nach Abruf der reduzierten Steifigkeitsmatrizen und der reduzierten Belastungsvektoren vom Band berechnet.
- Gemäß Gl.(3-26) wird der Vektor $\underline{\bar{\delta}}_k$ und gemäß Gl.(3-27) der Vektor $\underline{\bar{\delta}}_i$ berechnet.
- Aus dem Vektor $\underline{\bar{\delta}}_i$ derjenigen Unterstruktur, die die Ideali-

sierung des Rißspitzenbereiches enthält, werden die Rißuferdeformationen $\bar{v}_j = \bar{v}_j(\bar{r}_j, \bar{\varphi} = \pi)$ für die Ermittlung des Spannungsintensitätsfaktors $\bar{K}_j$ gemäß Gl.(3-29) herangezogen.

Dieser Berechnungsablauf hat für unterschiedliche $\bar{a}/\bar{b}$ - Verhältnisse sowohl für die UMS, als auch für die VMS zu erfolgen. Es sei auch an dieser Stelle bewußt wiederholt, daß die Berechnung der UMS für die einzelnen $\bar{a}/\bar{b}$ - Verhältnisse nur einmal durchgeführt zu werden braucht, da die UMS unverändert bleibt und die berechneten Daten der UMS als bekannte Werte allen nachfolgenden Untersuchungen zugrunde gelegt werden.

4.5 Beispielsrechnungen

Mit Hilfe des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens werden einige Beispielsrechnungen durchgeführt. Die Rechenergebnisse werden dann mit entsprechenden theoretischen und experimentellen Ergebnisse verglichen. Diese Vergleiche dienen der Überprüfung der bei der Entwicklung des Berechnungsverfahrens getroffenen Annahmen.

Zunächst wird der Spannungsintensitätsfaktor für eine endlich breite Scheibe mit Zentralriß unter zweiachsiger, gleichmäßig verteilter Zugspannung berechnet. Das Rechenergebnis wird, unter Berücksichtigung von Gl.(3-12), mit der theoretischen Lösung nach Gl.(3-10) verglichen. Die Ergebnisse sind in ABB.14 dargestellt. Anhand der ABB.14 ist festzustellen, daß für kleine r/a - Verhältnisse ($< 0,05$) die aus der Finit-Element Rechnung ermittelten lokalen Spannungsintensitätsfaktoren K_j stark von der nach CHAN /24/ zu konstruierenden Ausgleichsgeraden abweichen. Dieses Ergebnis ist auch von CHAN /24/ gefunden worden. Es erklärt sich aus der Tatsache, daß die Singularität in den Spannungen im Bereich der Rißspitze durch eine Idealisierung mit Finiten Elementen nur angenähert wiedergegeben werden kann. Die hier festgestellte Abweichung von nur -3,3% gegenüber der theoretischen Lösung bestätigt, daß die gewählte Idealisierung nach ABB.5 eine ausreichende Rechengenauigkeit liefert.

Weiterhin werden drei unterschiedliche, versteifte Blechfelder (die im folgenden mit BF1, BF2, BF3 abgekürzt und deren Daten in Tabelle 1 angegeben sind) untersucht. Neben der Korrekturfunktion Y_V wird auch das Spannungsverhältnis

$$L = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{\infty V}} \quad (4-11)$$

für das versteifte Blechfeld BF1 berechnet. Diese Verhältnis läßt sich aus den berechneten Deformationen nach /14,22,39/ bestimmen. In Gl.

(4-11) bedeuten:

σ_{MAX} = die im Versteifungsprofil auftretende, maximale Zugspannung, die bei $y=0$ auftritt,

$\sigma_{\infty V}$ = die an das Versteifungsprofil angelegte Zugspannung. Der Wert L ist nach /47/ für Restfestigkeitsuntersuchungen versteifter Blechfelder von besonderem Interesse.

Die Untersuchungen sind für die beiden Fälle

A: die Zentralversteifung ist intakt

B: die Zentralversteifung ist bei $y=0$ vollständig durchtrennt

durchgeführt worden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in den ABB.15 und 16 (intakte Versteifungsprofile werden in allen folgenden Abbildungen schraffiert, vollständig durchtrennte Versteifungsprofile dagegen schwarz dargestellt) angegeben:

Fall A: Die Zentralversteifung ist intakt, Ergebnisse s. ABB.15.

Intakte Versteifungsprofile bewirken eine rißlängenabhängige Verminderung des Spannungsintensitätsfaktors gegenüber dem unversteiften Blechfeld, d.h. $Y_V < 1$. Die Entlastung des rißbehafteten Blechfeldes ($Y_V < 1$) ist durch eine zusätzliche Lastaufnahme der Versteifungsprofile ($L_Z > 1$) und ($L_F > 1$) zu erklären. Hierbei beteiligt sich die Zentralversteifung in erster Linie an der zusätzlichen Lastaufnahme, d.h. $L_Z > L_F$.

Fall B: Die Zentralversteifung ist bei $y=0$ vollständig durchtrennt, Ergebnisse s. ABB.16.

Die vollständig durchtrennte Zentralversteifung kann die angelegte Zugkraft $G_{\infty Z} A_Z$ nicht übertragen. Die Niete übertragen diese Kraft auf das rißbehaftete Blechfeld. Dies hat eine zusätzliche Rißaufweitungskraft und damit eine Erhöhung des Spannungsintensitätsfaktors gegenüber dem unversteiften Blechfeld, d.h. $Y_V > 1$, zur Folge. Erst wenn sich der Riß der intakten Feldversteifung nähert, beteiligt sich diese an einer zusätzlichen Lastaufnahme, d.h. $L_F > 1$. Dies führt zu abnehmenden Werten der Korrekturfunktion Y_V .

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß in beiden Fällen in erster Linie die Zentralversteifung für den Verlauf der Korrekturfunktion Y_V verantwortlich ist.

Als nächstes werden die Korrekturfunktionen der versteiften Blechfelder BF2 und BF3 berechnet und mit entsprechenden, bereits veröffentlichten Versuchsergebnissen /48/ verglichen. Die Versuchsdaten sind nach /48/ in folgender Weise ermittelt worden: Mittels Dehnmessstreifentechnik sind die Beanspruchungsgrößen der rißbehafteten, versteiften Blechfelder BF2 und BF3 infolge statischer Belastung gemessen worden. Aus den so ermittelten Beanspruchungsgrößen sind die Nietkräfte und dann anschließend die Spannungsintensitätsfaktoren und deren Korrekturfunktionen nach /39/ bestimmt worden. Die Rechenergebnisse sind zusammen mit den Versuchsergebnissen in ABB.17 dargestellt. Aus dem Vergleich ist eine gute Übereinstimmung zwischen Rechenergebnissen und Versuchsergebnissen festzustellen.

Abschließend wird das Rißfortschrittsverhalten des versteiften Blechfeldes BF1 berechnet und mit entsprechenden Versuchsergebnissen /49/ verglichen. Die Berechnung erfolgt unter Verwendung der Gln. (3-15), (3-16) unter Hinzunahme der Korrekturfunktionen gemäß der ABB. 15 und 16. Die werkstoffspezifischen Kennwerte C_f, n_f, K_{C_f} sind nach dem in /35/ beschriebenen Verfahren bestimmt worden und lauten:

$$C_f = 7,48 \cdot 10^{-11} ; n_f = 3,70 ; K_{C_f} = 3650$$

Das berechnete Rißfortschrittsverhalten ist zusammen mit den Versuchsergebnissen in ABB.18 dargestellt. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch. Gegenüber einem unversteiften Blechfeld bewirkt eine intakte (vollständig durchtrennte) Zentralversteifung eine Erhöhung (Verminderung) der Rißlebensdauer.

4.6 Allgemeine Beurteilung

Wie am Beispiel eines ebenen, versteiften Blechfeldes demonstriert worden ist, ermöglicht das hier vorgestellte Verfahren die Berechnung der Korrekturfunktion für den Spannungsintensitätsfaktor komplex aufgebauter Strukturen. Die gute Übereinstimmung zwischen Rechenergebnissen und entsprechenden Versuchsergebnissen bestätigen die bei der Entwicklung des Berechnungsverfahrens getroffenen Annahmen.

Durch die Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik bleibt ein wesentlicher Bestandteil des zugrunde gelegten Rechenmodells für alle Strukturen, die den gleichen prinzipiellen Aufbau haben, unverändert. Dies bedeutet gegenüber der bisherigen Vorgehensweise (für jede zu untersuchende Struktur ist ein getrenntes Rechenmodell zu entwickeln) eine Vereinfachung und eine Verallgemeinerung der Berechnung.

Durch Verwendung der Unterstrukturtechnik der Finit-Element Methode in der vorliegenden Form läßt sich erreichen, daß die Idealisierung mit Finiten Elementen für alle zu untersuchenden Rißlängenverhältnisse nur einmal durchgeführt zu werden braucht und dann beibehalten werden kann. Gegenüber der bisherigen Vorgehensweise (die Idealisierung ist für jede Rißlänge neu durchzuführen) wird auf diese Weise eine beträchtliche Reduzierung des erforderlichen organisatorischen Aufwandes erreicht. Ein weiterer Vorteil der Unterstrukturtechnik ist die Verringerung der erforderlichen Rechenzeiten, und damit der anfallenden Rechenkosten. Ist für eine bestimmte Rißlänge, für die die Korrekturfunktion berechnet werden soll, für ein versteiftes Blechfeld nach der bisherigen Vorgehensweise ein Gleichungssystem von ca. 1200 unbekannten Knotenpunktdeformationen zu lösen, so erfordert das hier vor-

gestellte Berechnungsverfahren die Lösung eines Gleichungssystems von ca. 150 unbekannten Koppelpunktdeformationen. Daraus resultiert für eine Rechenanlage vom Typ IBM 3300 bei der bisherigen Vorgehensweise eine Rechenzeit von ca. 250 CPU-Sekunden, und bei dem hier vorgestellten Berechnungsverfahren eine Rechenzeit von ca. 30 CPU-Sekunden.

Ein zusätzlicher Vorteil des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens besteht darin, daß es nach einigen Modifikationen bzw. nach einigen Erweiterungen auch auf andere als die bislang betrachteten Strukturen angewendet werden kann (s. dazu Kapitel 5 und 6). Die Modifikationen bzw. die Erweiterungen sind dabei dem jeweiligen Problem anzupassen.

5. PARAMETERSTUDIEN FÜR EBENE, VERSTEIFTE BLECHFELDER

5.1 Vorbemerkungen

Der Einfluß einiger Entwurfparameter versteifter Blechfelder (z. B. Querschnittsfläche A und Abstand b der Versteifungsprofile, Nietabstand p , Nietdurchmesser d) auf die Korrekturfunktion Y_V und auf den Spannungserhöhungsfaktor L ist für den Fall des Zentralrisses bereits in einigen Arbeiten /39 bis 45/ untersucht worden. Diesen Untersuchungen liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Die Querschnittsflächen aller Versteifungsprofile sind gleich.
- Alle Versteifungsprofile sind aus dem gleichen Werkstoff hergestellt.
- Alle Versteifungsprofile sind durch die gleichen angelegten Zugspannungen belastet.

Diese Annahmen treffen nicht immer zu. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit Parameterstudien durchgeführt, mit dem Ziel, den Einfluß unterschiedlicher

- Querschnittsflächen der Versteifungsprofile
- Werkstoffe für die Versteifungsprofile
- an die Versteifungsprofile angelegter Zugspannungen

auf Y_V und auf L zu bestimmen. Diese Parameterstudien werden sowohl für den Fall des Zentralrisses, als auch für den Fall, daß der Riß unterhalb eines Versteifungsprofils beginnt, das sich am Rand eines versteiften Blechfeldes befindet (dieses Versteifungsprofil wird im folgenden als Randversteifung bezeichnet), durchgeführt.

Die mit Hilfe des in Kapitel 4 vorgestellten Berechnungsverfahrens erarbeiteten Parameterstudien erfolgen für den Fall der intakten Zentralversteifung bzw. Randversteifung und für den Fall der bei $y=0$ vollständig durchtrennten Zentralversteifung bzw. Randversteifung. Die Ergebnisse der Parameterstudien werden in Form von Entwurfsdiagrammen angeboten, in denen Y_V und L in Abhängigkeit von a/b dargestellt sind.

5.2 Annahmen

Für die Parameterstudien werden folgende Annahmen getroffen :

a) Für alle Versteifungsprofile wird $e=0$ gesetzt. Es ist bekannt /41,42/, daß die Exzentrizitäten der Versteifungsprofile nur einen sekundären Einfluß auf Y_V und auf L haben.

b) Es bleibt unverändert : $d/p = 0,2$; $h/d = 1,0$

Der Einfluß dieser Daten auf Y_V und auf L ist bereits ausführlich diskutiert worden /39,40,45/.

c) Es bleibt unverändert : $b = 160 \text{ mm}$; $t = 1,6 \text{ mm}$

Die Wahl gerade dieser Daten ist dadurch begründet, daß sie die geometrischen Verhältnisse der Rumpfhaut-Längstringer Konstruktion von Großraumflugzeugen (z.B. Airbus A 300, Boeing B747) am ehesten annähern.

d) Es werden folgende Querschnittsverhältnisse gewählt :

$$A/bt \text{ (} A_F/bt \text{)} = 0,2 ; 0,6 ; 1,0$$

Die so gewählten Werte für die Querschnittsverhältnisse umfassen den Rahmen der im Flugzeugbau verwendeten versteiften Blechfelder. Außerdem entsprechen sie näherungsweise denjenigen Werten, die bereits für Parameterstudien /39 bis 45/ zugrunde gelegt worden sind. Durch diese Wahl schließen die hier nachfolgend durchgeführten Parameterstudien an die bereits veröffentlichten Arbeiten /39 bis 45/ an. Weiterhin wird durch die Wahl von drei unterschiedlichen Querschnittsverhältnissen gewährleistet, daß eine lineare Interpolation für andere Querschnittsverhältnisse in den unten angegebenen Entwurfsdiagrammen möglich ist.

5.3 Definition der Parameter

Der unterschiedliche Aufbau der Versteifungsprofile (Geometrie, Steifigkeit, Belastung) wird durch folgende Parameter berücksichtigt :

- Die Versteifungsprofile haben unterschiedliche Querschnittsflächen :

$$\xi = \frac{A_Z}{A_F} \text{ (Kapitel 5.4) ; } \quad \xi = \frac{A_R}{A_F} \text{ (Kapitel 5.5)} \quad (5-1)$$

- Die Versteifungsprofile sind aus unterschiedlichen Werkstoffen hergestellt:

$$\lambda = \frac{E_Z}{E_F} \text{ (Kapitel 5.4) ; } \quad \lambda = \frac{E_R}{E_F} \text{ (Kapitel 5.5)} \quad (5-2)$$

- Die Versteifungsprofile sind durch unterschiedliche angelegte Zugspannungen belastet:

$$\zeta = \frac{\sigma_{\infty Z}}{\sigma_{\infty F}} \text{ (Kapitel 5.4) ; } \quad \zeta = \frac{\sigma_{\infty R}}{\sigma_{\infty F}} \text{ (Kapitel 5.5)} \quad (5-3)$$

Der Index F kennzeichnet die Feldversteifung, der Index Z die Zentralversteifung und der Index R die Randversteifung. Durch die Wahl der Parameter ξ, λ, ζ werden die Daten derjenigen Versteifung variiert, die in erster Linie für den Verlauf von Y_V und von L verantwortlich ist (s. dazu die Beispielsrechnungen aus Kapitel 4).

Um den Einfluß der jeweiligen Parameter auf Y_V und auf L für sich getrennt festzustellen, werden bei der Variation eines Parameters die anderen Parameter wie folgt konstant gehalten:

Variiert wird ξ , konstant gehalten wird $\lambda = \zeta = 1,0$

Variiert wird λ , konstant gehalten wird $\xi = \zeta = 1,0$

Variiert wird ζ , konstant gehalten wird $\xi = \lambda = 1,0$

Auf diese Weise ist gewährleistet, daß die in dieser Arbeit durchgeführten Parameterstudien die bereits veröffentlichten Untersuchungen /39 bis 45/ ergänzen.

5.4 Der Riß beginnt unterhalb einer Zentralversteifung

Die Ergebnisse der Parameterstudien sind für den Fall der intakten Zentralversteifung in den ABB.19 bis 24 und für den Fall der bei $y=0$ vollständig durchtrennten Zentralversteifung in den ABB.25 bis 28 dargestellt. Im ersten Fall ist neben Y_V nur L_Z angegeben, da die zusätzliche Lastaufnahme durch die Zentralversteifung größer ist als die

durch die Feldversteifung, d.h. $L_Z > L_F$ (s. dazu die Beispielsrechnung aus Kapitel 4 für das versteifte Blechfeld BF1). Im zweiten Fall ist neben Y_V nur L_F dargestellt, da bei vollständig durchtrennter Zentralversteifung der Wert $L_Z = 0$ ist (s. dazu die Beispielsrechnung aus Kapitel 4 für das versteifte Blechfeld BF1).

- Die Zentralversteifung ist intakt.

- Variiert wird der Parameter ξ ; Ergebnisse s. ABB.19 und 20.

Bei gleichen Elastizitätsmoduli der Versteifungsprofile (d.h.

$\lambda = 1$) ist für $\xi < 1$ die Dehnsteifigkeit der Zentralversteifung kleiner als für $\xi = 1$. Dies bedeutet, daß sich die Zentralversteifung für $\xi < 1$ in einem geringeren Maße an der zusätzlichen Lastaufnahme, und damit an der Entlastung des rißbehafteten Blechfeldes, beteiligt verglichen mit $\xi = 1$. Hinsichtlich der Korrekturfunktion folgt dann

$$Y_V(\xi < 1) > Y_V(\xi = 1) \quad (5-4)$$

Die Kurvenverläufe der Korrekturfunktion Y_V zeigen für den Fall

$\xi < 1$ eine steigende Tendenz in Abhängigkeit vom Rißlängenverhältnis a/b . Dies deutet darauf hin, daß die Feldversteifung, die wegen $\lambda = 1$ und wegen $\xi < 1$ eine größere Dehnsteifigkeit hat als die Zentralversteifung, sich mit wachsendem a/b für $\xi < 1$ in einem stärkeren Maße an der Entlastung des rißbehafteten Blechfeldes beteiligt als für $\xi = 1$. Trotz der geringeren zusätzlichen Lastaufnahme durch die Zentralversteifung für $\xi < 1$ gegenüber $\xi = 1$ steigt die maximale Zugspannung in der Zentralversteifung:

$$L_Z(\xi < 1) > L_Z(\xi = 1) \quad (5-5)$$

Dies bedeutet, daß für $\xi < 1$ gegenüber $\xi = 1$ die Querschnittsfläche der Zentralversteifung in einem größeren Maße abnimmt als die zusätzliche Lastaufnahme durch die Zentralversteifung zunimmt.

Wegen $\lambda=1$ ist für $\xi>1$ die Dehnsteifigkeit der Zentralversteifung größer als für $\xi=1$. Aus diesem Grund beteiligt sich die Zentralversteifung für $\xi>1$ in einem stärkeren Maße an der zusätzlichen Lastaufnahme als für $\xi=1$:

$$Y_V(\xi>1) < Y_V(\xi=1) \quad (5-6)$$

Trotz der größeren Lastaufnahme durch die Zentralversteifung ist:

$$L_Z(\xi>1) < L_Z(\xi=1) \quad (5-7)$$

Gl.(5-7) bedeutet, daß für $\xi>1$ verglichen mit $\xi=1$ die Querschnittsfläche der Zentralversteifung in einem stärkeren Maße steigt als die zusätzliche Lastaufnahme durch die Zentralversteifung zunimmt.

•• Variiert wird der Parameter λ ; Ergebnisse s. ABB.21 und 22.

Bei gleichen Querschnittsflächen der Versteifungsprofile (d.h.

$\xi=1$) ist für $\lambda<1$ bzw. für $\lambda>1$ die Dehnsteifigkeit der Zentralversteifung kleiner bzw. größer als für $\lambda=1$. Aus diesem Grund hat der Parameter λ den gleichen Einfluß auf Y_V wie der Parameter ξ :

$$Y_V(\lambda<1) > Y_V(\lambda=1) \quad (5-8)$$

$$Y_V(\lambda>1) < Y_V(\lambda=1) \quad (5-9)$$

Bei gleichem Einfluß der Parameter ξ (bei $\lambda=1$) und λ (bei $\xi=1$) auf Y_V ist mit den gleichen zusätzlichen Lastaufnahmen durch die Zentralversteifung zu rechnen. Da gegenüber einer Variation von ξ bei einer Variation von λ die Querschnittsflächen unverändert bleiben, ist:

$$L_Z(\lambda<1) < L_Z(\lambda=1) \quad (5-10)$$

$$L_Z(\lambda>1) > L_Z(\lambda=1) \quad (5-11)$$

- Variiert wird der Parameter ζ ; Ergebnisse s. ABB.23 und 24.

Bei gleichen Dehnsteifigkeiten der Versteifungsprofile (d.h.

$\xi = \lambda = 1$) ist die von der Zentralversteifung zu übertragende Zugkraft für $\zeta < 1$ kleiner als die für $\zeta = 1$. Aus diesem Grund beteiligt sich die Zentralversteifung für $\zeta < 1$ in einem stärkeren Maße an der zusätzlichen Lastaufnahme, und damit an der Entlastung des rißbehafteten Blechfeldes, als für $\zeta = 1$:

$$Y_V(\zeta < 1) < Y_V(\zeta = 1) \quad (5-12)$$

Die Y_V -Kurven zeigen eine steigende Tendenz in Abhängigkeit von a/b . Dies bedeutet, daß die Entlastung des rißbehafteten Blechfeldes durch die Zentralversteifung für kleine a/b -Werte größer ist als für große a/b -Werte. Trotz der größeren Lastaufnahme für $\zeta < 1$ gegenüber $\zeta = 1$ ist:

$$L_Z(\zeta < 1) < L_Z(\zeta = 1) \quad (5-13)$$

Die Erklärung hierfür liegt darin, daß für die Ermittlung der L_Z -Werte die an die Zentralversteifung angelegte Zugspannung $\sigma_{\infty Z}$, die für $\zeta < 1$ kleiner ist als für $\zeta = 1$, herangezogen wird.

Der Fall $\zeta > 1$ ist hier nicht untersucht worden, da dann die Annahme, daß sich der Riß in dem am höchsten beanspruchten Bestandteil des versteiften Blechfeldes befindet, nicht mehr zutrifft. Der Grenzfall $\zeta = 0$ ist hier ebenfalls nicht untersucht worden, da bekannt ist /50/, daß sich jedes aufgenietete Profil in einem gewissen Maße an einer Lastübertragung beteiligt.

- Die Zentralversteifung ist bei $y=0$ vollständig durchtrennt.

- Variiert wird der Parameter ξ ; Ergebnis s. ABB.25 und 26.

Bei gleichen an die Versteifungsprofile angelegten Zugspannungen (d.h. $\zeta = 1$) ist für $\xi < 1$ gegenüber $\xi = 1$ aufgrund der kleineren Querschnittsfläche der Zentralversteifung die zusätzliche Rißaufweitungskraft kleiner. Aus diesem Grund wird für $\xi < 1$

das rißbehaftete Blechfeld weniger belastet als für $\xi=1$:

$$Y_V(\xi < 1) < Y_V(\xi = 1) \quad (5-14)$$

Die Y_V -Kurven zeigen eine steigende Tendenz in Abhängigkeit vom Verhältnis a/b . Dies erklärt sich dadurch, daß für kleine a/b -Verhältnisse der Einfluß der zusätzlichen Rißaufweitungskraft größer ist als für große a/b -Verhältnisse und daß bei großen a/b -Verhältnissen der Einfluß der intakten Feldversteifung zum Tragen kommt. Infolge der geringeren zusätzlichen Rißaufweitungskräfte für $\xi < 1$ gegenüber $\xi = 1$ wird auch die Feldversteifung in einem geringeren Maße belastet:

$$L_F(\xi < 1) < L_F(\xi = 1) \quad (5-15)$$

Für $\xi > 1$ wird gegenüber $\xi = 1$ bei gleichen angelegten Zugspannungen (d.h. $\zeta = 1$) die zusätzliche Rißaufweitungskraft größer; daraus folgt:

$$Y_V(\xi > 1) > Y_V(\xi = 1) \quad (5-16)$$

Aufgrund der für $\xi > 1$ gegenüber $\xi = 1$ größeren Rißaufweitungskraft wird dann:

$$L_F(\xi > 1) > L_F(\xi = 1) \quad (5-17)$$

•• Variiert wird der Parameter λ ; (keine Abbildungen)

Bei gleichen Querschnittsflächen (d.h. $\xi = 1$) und bei gleichen angelegten Zugspannungen (d.h. $\zeta = 1$) bleiben die zusätzlichen Rißaufweitungskräfte bei einer Variation von λ unverändert.

Dies bedeutet, daß Y_V und L_F von λ unabhängig sind:

$$Y_V(\lambda \neq 1) = Y_V(\lambda = 1) \quad (5-18)$$

$$L_F(\lambda \neq 1) = L_F(\lambda = 1) \quad (5-19)$$

•• Variiert wird der Parameter ζ ; Ergebnisse s. ABB.27 und 28.

Bei gleichen Querschnittsflächen (d.h. $\xi = 1$) ist für $\zeta < 1$ gegenüber $\zeta = 1$ die an die Zentralversteifung angelegte Zugspannung, und damit die zusätzliche Rißaufweitungskraft, kleiner. Dies bedeutet, daß für $\zeta < 1$ die zusätzliche Belastung des rißbehafteten Blechfeldes und die der Feldversteifung geringer ist als für $\zeta = 1$:

$$Y_V(\zeta < 1) < Y_V(\zeta = 1) \quad (5-20)$$

$$L_F(\zeta < 1) < L_F(\zeta = 1) \quad (5-21)$$

Die beiden Fälle $\zeta > 1$ und $\zeta = 0$ sind aufgrund der obigen Überlegungen auch hier nicht untersucht worden.

5.5 Der Riß beginnt unterhalb einer Randversteifung

Dieser Fall ist in der einschlägigen Literatur bisher noch nicht untersucht worden. Die Geometrie und die Belastung eines versteiften Blechfeldes mit Randversteifung sind durch ABB.29 definiert. Gegenüber dem Fall des Zentralrisses (ABB.3) liegt hier bei $x=0$ ein freier Rand vor. Bei Annahmen eines Seitenrisses (unterhalb der Randversteifung beginnend) wird das versteifte Blechfeld infolge der angelegten Zugspannungen G_∞ , $G_{\infty R}$ zusätzlich auf Biegung um die Z -Achse beansprucht. Die in ABB.3 angenommene Symmetrieeigenschaft bezüglich der Koordinatenachse $x=0$ liegt in ABB.29 nicht mehr vor.

Die Untersuchung dieser Rißkonfiguration mit Hilfe des in Kapitel 4 vorgestellten Berechnungsverfahrens wird durch folgende Modifikation durchgeführt:

Der freie Rand des versteiften Blechfeldes wird durch Entfernung der Auflager in $\bar{x}$ -Richtung der in den ABB.6 bis 12 dargestellten Unterstrukturen (1) bis (10), (22) und (23) simuliert. Die so neu entstandenen Unterstrukturen sind dann anstelle der geänderten Unterstrukturen in das Kopplungsschema nach ABB.13 einzufügen. Der Ablauf des

Berechnungsverfahren bleibt unverändert.

Zunächst wird der Einfluß der Querschnittsflächenverhältnisse, ausgedrückt durch den Parameter

$$\eta = \frac{A_R}{bt} = \frac{A_F}{bt} \quad (5-22)$$

auf K, L_R, L_F untersucht. Bei dieser Untersuchung werden die anderen Parameter $\xi = \lambda = \zeta = 1$ gesetzt. Die Ergebnisse nach ABB.30 und 31 stimmen qualitativ mit denjenigen, die für den Fall eines Risses unterhalb einer Zentralversteifung gefunden worden sind /22,39,40,42/, überein:

- Eine intakte Randversteifung bewirkt eine Verminderung des Spannungsintensitätsfaktors verglichen mit einem unversteiften Blechfeld:

$$K(\eta \neq 0) < K(\eta = 0) \quad (5-23)$$

- Eine bei $y=0$ vollständig durchtrennte Randversteifung bewirkt eine Erhöhung des Spannungsintensitätsfaktors verglichen mit einem unversteiften Blechfeld:

$$K(\eta \neq 0) > K(\eta = 0) \quad (5-24)$$

- Die Verminderung bzw. die Erhöhung des Spannungsintensitätsfaktors steigt mit wachsendem η -Wert (d.h. mit wachsenden Querschnittsflächen der Versteifungsprofile).

Quantitative Abweichungen zwischen dem Fall des Seitenrisses und dem des Zentralrisses resultieren aus der zusätzlichen Biegebeanspruchung um die Z -Achse, die im Fall des Seitenrisses, nicht aber im Fall des Zentralrisses, auftritt.

In Analogie zu den Parameterstudien aus Kapitel 5.4 werden auch hier die Einflüsse der Parameter ξ, λ, ζ auf Y_V und auf die L -Werte untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den ABB.32 bis 41 dargestellt. Dabei zeigt sich, daß die Ergebnisse qualitativ mit denen aus Kapitel 5.4 übereinstimmen.

5.6 Einfluß der Parameter auf die Rißlebensdauer

Die Rißlebensdauer (im folgenden mit dem Symbol N gekennzeichnet) einer Struktur hängt ab von der Anfangsrißlänge a_A , von der Endrißlänge a_E , von dem verwendeten Werkstoff und von den Beanspruchungsgrößen $G_{\infty 0}, G_{\infty U}, \Delta K$. Die Berechnung von N (= Schwinglastwechselzahl von $a=a_A$ bis $a=a_E$) erfolgt mit Hilfe der Gln. (3-14), (3-15), (3-16). Eine Untersuchung über den Einfluß der Parameter $\eta, \xi, \lambda, \zeta$ auf die Rißlebensdauer N ist qualitativer Art, da die gefundenen Ergebnisse nur für die gewählten Daten gültig sind, s. dazu auch /29/. Hier werden folgende Daten gewählt :

Rißfortschrittskennwerte : $C_f = 7,48 \cdot 10^{-11}$; $n_f = 3,7$; $K_{C_f} = 3650$

Rißlängenbereich : $a_A = b/10 = 16$; $a_E = b = 160$

Beanspruchung : $G_{\infty 0} = 50$; $G_{\infty U} = 0$

(Hinweis : Die gewählte Beanspruchung entspricht näherungsweise derjenigen, die in Rumpflängsrichtung von Großraumflugzeugen infolge Innendruckbelastung vorliegt)

Die Korrekturfunktion Y_V wird den Kapiteln 5.4 und 5.5 entnommen.

Die Ergebnisse der Berechnungen von N sind in Abhängigkeit von dem jeweiligen Parameter $\eta, \xi, \lambda, \zeta$ in den ABB.42 bis 45 dargestellt und lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Variiert wird der Parameter $0 \leq \eta \leq 1$; Ergebnis s. ABB.42.
Intakte bzw. vollständig durchtrennte Versteifungsprofile bewirken eine Erhöhung bzw. eine Verminderung von N gegenüber dem unversteiften Blechfeld, für das $\eta=0$ gilt. Die Erhöhung und die Verminderung nehmen mit wachsendem η zu. Der Fall der vollständig durchtrennten Randversteifung liefert die geringsten Werte für N ; ihm ist aus Gründen des Schadenstoleranzverhaltens die größte Aufmerksamkeit zu widmen.
- Variiert wird der Parameter $1/4 \leq \xi \leq 4$; Ergebnis s. ABB.43.
Bei intakten Versteifungsprofilen bleibt N bei einer Va-

riation von ξ nahezu unverändert. Dagegen nimmt N bei vollständig durchtrennten Versteifungsprofilen mit abnehmenden ξ -Werten zu. Diese Zunahme ist für die vollständig durchtrennte Randversteifung größer als für die vollständig durchtrennte Zentralversteifung.

- Variiert wird der Parameter $1/4 \leq \lambda \leq 4$; Ergebnis s. ABB.44. Für alle hier untersuchten Fälle bleibt N bei einer Variation von λ nahezu unverändert.
- Variiert wird der Parameter $1/4 \leq \zeta \leq 1$; Ergebnis s. ABB.45. Bei allen hier untersuchten Fällen nimmt N mit abnehmenden ζ -Werten z.T. erheblich zu. Die Wahl $\zeta < 1$ ist hinsichtlich der Rißlebensdauer am günstigsten.

5.7 Schlußfolgerungen

Der Einfluß der Parameter ξ, λ, ζ auf γ_v und auf die L -Werte ist schematisch in Tabelle 2 zusammengefaßt. In Verbindung dieser Tabelle mit den ABB.42 bis 45 stellt man fest, daß für eine hohe Rißlebensdauer niedrige Werte der Korrekturfunktion anzustreben sind. Dies trifft für den Fall der intakten Versteifungsprofile zu. Dagegen ist im Fall eines vollständig durchtrennten Versteifungsprofils mit niedrigen Werten für die Rißlebensdauer zu rechnen. Dabei liefert der Fall der vollständig durchtrennten Randversteifung die ungünstigsten Werte. Eine Randversteifung ist daher schwingbruchsicher, d.h. dauerhaft, zu dimensionieren. Dieses Ziel läßt sich z.B. durch Verwendung geeigneter Werkstoffe oder durch Vermeidung hoher Spannungskonzentrationen erreichen.

Eine Steigerung der Rißlebensdauer wird durch die Wahl $\zeta < 1$ erzielt. Die Wahl $\zeta < 1$ beinhaltet, daß durch konstruktive Maßnahmen die an die Zentralversteifung angelegte Zugbelastung vermindert wird gegenüber derjenigen Zugbelastung, durch die das Blechfeld und die Feldversteifungen beansprucht werden. Analoge Verhältnisse liegen bei sogenannten Rißstopperrn vor /51/.

6. AUSBAUMÖGLICHKEITEN DES BERECHNUNGSVERFAHRENS

In diesem Kapitel wird davon ausgegangen, daß sowohl die in Kapitel 3 beschriebenen theoretischen Überlegungen, als auch der in Kapitel 4 angegebene Ablauf des Berechnungsverfahrens ihre Gültigkeit behalten.

In Kapitel 5 ist bereits eine Modifikation des Berechnungsverfahrens behandelt worden.

Aus den Vorschriften für Schadenstoleranzanalysen tragender Flugzeugstrukturen /1,2/ kann entnommen werden, daß auch der Fall eines Risses, der sich im Blechfeld zwischen zwei intakten Versteifungsprofilen befindet, untersucht werden muß. Hierfür sind bei dem in Kapitel 4 beschriebenen Berechnungsverfahren für den Fall der vollständig durchtrennten Zentralversteifung die angelegte Zugspannung $G_{\infty Z} = 0$ zu setzen, ohne daß das Kopplungsschema nach ABB.13 geändert zu werden braucht. Bei dieser Rißkonfiguration ist allerdings zu beachten, daß

- die Wahrscheinlichkeit eines angenommenen Risses in einem ungestörten Blechfeld gering ist, da ein Riß in erster Linie an Orten hoher Spannungskonzentration auftritt /51/,
- der Einfluß der Versteifungsprofile auf den Spannungsintensitätsfaktor erst bei großen Rißlängen zum Tragen kommt / 39,42,43/.

Der Fall einer am Rande eines einseitig angerissenen Blechfeldes angreifende Rißöffnungskraft wird durch Modifikation berechenbar, indem für den Fall der bereits untersuchten, vollständig durchtrennten Randversteifung (s. Kapitel 5.5) die Querschnittsfläche der Feldversteifung $A_R = 0$ gesetzt wird, ohne das bereits beschriebene Kopplungsschema zu verändern.

Bisher sind ebene, versteifte Blechfelder unter gleichmäßig verteilter Zugspannungen untersucht worden. Der Einfluß von Krümmungen läßt sich mit Hilfe der in /53/ angegebenen Korrekturfunktion berücksichtigen. Er ist allerdings für schwach gekrümmte Blechfelder, wie im Flugzeugbau verwendet /22/, vernachlässigbar. Eine Modifikation

des Berechnungsverfahrens für Untersuchungen des Krümmungseinflusses ist daher wenig sinnvoll. Der Einfluß einer nicht gleichmäßig verteilten Zugspannung bzw. einer zweiachsig angelegten Belastung auf den Spannungsintensitätsfaktor ist in /54/ bzw. /55/ beschrieben worden und könnte durch entsprechende Änderungen der Belastungsvektoren auch mit Hilfe des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens untersucht werden.

Ist das rißbehaftete Blechfeld zusätzlich auf Biegung um die **X**-Achse beansprucht, dann sind anstelle der bisher verwendeten Scheibenelemente entsprechende Plattenelemente zu verwenden. Für diesen Fall ist allerdings zu beachten, daß der Spannungsintensitätsfaktor -und damit auch die Korrekturfunktion- bei einer solchen Belastung über die Blechdicke veränderlich ist /56/.

Für die Untersuchung räumlicher rißbehafteter Strukturen ist folgende Vorgehensweise im Hinblick auf die Erweiterung des hier vorgestellten Berechnungsverfahrens zu empfehlen:

- In Abhängigkeit von den geometrischen Gegebenheiten, von den Steifigkeits- und Belastungsverhältnissen sind entsprechende Ähnlichkeitsbedingungen zu formulieren.
- In Abhängigkeit von der zu untersuchenden Struktur sind zusätzliche Koppelpunkte (wenn erforderlich) und zusätzliche Unterstrukturen zu definieren.

Die Art der Ähnlichkeitsbedingungen, die Lage der Koppelpunkte und die Art der Unterstrukturen sind dem jeweiligen Problem anzupassen.

7. ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird ein neues Verfahren zur Berechnung rißbehafteter, komplex aufgebauter Strukturen vorgestellt. Dem Verfahren liegen die Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik für statische Elastizitätsprobleme und der linear-elastischen Bruchmechanik zugrunde. Als Berechnungsverfahren wird die Methode der Finiten Elemente, speziell die Deformationsmethode unter Einbeziehung der Unterstrukturtechnik, verwendet. Die Entwicklung des Verfahrens wird am Beispiel eines durch Versteifungsprofile verstärkten, ebenen Blechfeldes (ein im Leichtbau übliches Konstruktionsprinzip) demonstriert.

Die mit Hilfe des hier vorgestellten Verfahrens ermittelten Daten dienen zur Abschätzung des Schadenstoleranzverhaltens (Rißfortschritts- und Restfestigkeitsverhalten).

Im theoretischen Teil der Arbeit wird aufgezeigt, daß sich die Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik auch auf rißbehaftete Strukturen zur Ermittlung der Korrekturfunktion des Spannungsintensitätsfaktors anwenden lassen. Hierbei wird die zu untersuchende Struktur durch eine elastomechanisch ähnliche Modellstruktur beschrieben. Die Berechnung der Korrekturfunktion erfolgt an der Modellstruktur; das Ergebnis wird dann in entsprechender Weise auf die zu untersuchende Struktur übertragen.

In dieser Arbeit wird aufgezeigt, daß durch Vorgabe einiger charakteristischer Daten für die Modellstruktur deren Hauptbestandteil, nämlich das rißbehaftete Blechfeld, für alle Untersuchungen unverändert bleibt. Auf diese Weise können unterschiedliche Strukturen (versteifte Blechfelder) durch die gleiche Modellstruktur beschrieben werden. Weiterhin ist durch diese Vorgehensweise gewährleistet, daß eine Unterteilung der Modellstruktur in Unterstrukturen und deren Idealisierung mit Finiten Elementen nur einmal durchgeführt zu werden braucht und für alle Untersuchungen beibehalten werden kann. Dadurch werden der erforderliche Aufwand und die anfallenden Rechenkosten

gegenüber der bisher üblichen Vorgehensweise z.T. erheblich reduziert.

Durchgeführte Vergleiche zwischen Rechenergebnissen und entsprechenden Versuchsergebnissen zeigen gute Übereinstimmungen und bestätigen die bei der Entwicklung des Berechnungsverfahrens getroffenen Annahmen.

Für einige ausgewählte Parameter wird deren Einfluß auf die Korrekturfunktion und auf die Rißlebensdauer untersucht. Die Ergebnisse für die Korrekturfunktionen sind in Form von Entwurfsdiagrammen zusammengestellt und dienen dem Konstrukteur bei der optimalen Auslegung versteifter Blechfelder hinsichtlich ihres Schadenstoleranzverhaltens.

Abschließend werden einige Möglichkeiten aufgezeigt, in welcher Weise das Berechnungsverfahren modifiziert bzw. erweitert werden kann, um ein möglichst breites Anwendungsgebiet zu verwirklichen.

8. LITERATURHINWEIS

- /1/ N.N.: " Airplane Damage Tolerance Requirements ", MIL-Specification 83444, USAF, 1974.
- /2/ N.N.: " Damage Tolerance and Fatigue Evaluation of Structure ", 14 FCR, Part 25, § 25.571, FAA, 1977.
- /3/ MEHRERE AUTOREN: " Damage Tolerance in Aircraft Structures ", ASTM STP 486, Toronto, 1970.
- /4/ MEHRERE AUTOREN: " Fracture Mechanics of Aircraft Structures ", AGARD-ograph No. 176, 1974.
- /5/ MEHRERE AUTOREN: " Fracture Mechanics Design Technology ", AGARD-Lectures Series No. 97, 1978.
- /6/ D.BROEK: " Elementary Engineering Fracture Mechanics ", Sijthoff & Noordhoff, Alphen an den Rijn, 1978.
- /7/ MEHRERE AUTOREN: " Non-Destructive Inspection Practices ", AGARD-ograph No. 201, 1975.
- /8/ MEHRERE AUTOREN: " Fatigue Crack Propagation ", ASTM STP 415, Atlantic City, 1966.
- /9/ A.A.GRIFFITH: " The Phenomena of Rupture and Flow in Solids ", Phil. Trans. Royal Society, Series A, S. 163-198, London, 1920.
- /10/ H.M.WESTERGAARD: " Bearing of Stresses and Cracks ", Journal of Applied Mechanics, S. A49-A53, London, 1939.
- /11/ G.R.IRWIN: " Fracture ", Handbuch der Physik, Band 6, S. 551-590, Berlin, 1958.
- /12/ H.TADA UND MITARBEITER: " The Stress Analysis of Cracks ", Del Research Co., Hellertown, USA, 1973.
- /13/ D.P.ROOKE, D.J.CARTWRIGHT: " Compendium of Stress Intensity Factors ", Stationery Office, Ministry of Defence, London, 1974.
- /14/ O.C.ZIENKIEWICZ: " The Finite-Element Method ", McGraw-Hill Co., New York, 1967.
- /15/ J.S.PRZEMIENIECKI: " Theory of Matrix Structural Analysis ", McGraw-Hill Co., New York, 1968.
- /16/ R.H.GALLAGHER: " Survey and Evaluation of the Finite-Element Method in linear Fracture Mechanics Analysis ", Intern. Conference of Struc. Mech. Reactor Technology, Berlin, 1971.
- /17/ A.R.LUXMOORE, D.R.J.OWEN: " Numerical Methods in Fracture Mechanics ", University College, Swansea, Wales, 1978.
- /18/ P.TONG UND MITARBEITER: " A Hybrid-Element Approach to Crack Problems in plane Elasticity ", Intern. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 7, S. 297-308, 1973.
- /19/ A.J.FAWKES: " Finite Elements applied to Crack Tip Singularities ", Dissertation, University of Wales, Swansea, 1976.
- /20/ A.J.FAWKES: " An Assessment of Crack Tip Models ", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 11, S. 143-159, London, 1979.

- /21/ R.D.HENSHELL, K.G.SHAH: " Crack Tip Elements are unnecessary ", Intern. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 9, S. 495-507, 1975.
- /22/ T.SWIFT: " Development of the FAIL-SAFE Design Features of the DC-10 ", ASTM STP 486, S. 164-214, Toronto, 1970.
- /23/ J.F.FLEMING UND MITARBEITER: " The Finite-Element Method vs the Edge-Function Method for linear Fracture Analysis ", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, S. 43-65, London, 1980.
- /24/ S.K.CHAN UND MITARBEITER: " On the Finite-Element Method in linear Fracture Mechanics ", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 2, S. 1-17, London, 1970.
- /25/ H.FÜHRING: " Finit-Element Lösungen von Kerb- und Rißproblemen mit Hilfe automatischer Netzerzeugung ", Heft 24, Inst. für Statik, TH Darmstadt, 1973.
- /26/ S.P.TIMOSHENKO, J.N.GOODIER : " Theory of Elasticity ", McGraw-Hill Co., New York, 1970.
- /27/ H.WEBER: " Über Modellgesetze und Ähnlichkeitsbedingungen für vollkommene und erweiterte Ähnlichkeit bei statischen Elastizitätsbedingungen ", Dissertation, TH Berlin, 1940.
- /28/ D.E.WHEELER: " Spectrum Loading and Crack Growth ", Journal of Basic Engineering, S. 181-186, 1972.
- /29/ K.H.Schwalbe: " Bruchmechanik metallischer Werkstoffe ", Carl Hanser Verlag, München, 1980.
- /30/ P.C.PARIS, G.C.SIH: " Stress Analysis of Cracks ", ASTM STP 381, S. 30-83, Philadelphia, USA, 1965.
- /31/ L.SCHWARMANN: " Theoretische Grundlagen des K-Konzepts der Bruchmechanik ", Bericht VFW-Fokker EK 425-B/186/75, Universitätsbibliothek, TU Hannover, 1975.
- /32/ C.E.FEDDERSEN: " Discussion to: Plane Strain Crack Toughness Testing ", ASTM STP 410, S. 77-79, Philadelphia, USA, 1966.
- /33/ J.SCHIJVE: " Four Lectures on Fatigue Crack Growth ", Report LR-254, TU Delft, 1977.
- /34/ R.G.FORMAN UND MITARBEITER: " Numerical Analysis of Crack Propagation in cyclic-loaded Structures ", Journal of Basic Engineering, S. 459-464, 1967.
- /35/ L.SCHWARMANN: " How to interpret Crack Propagation Test Results ", Bericht VFW-Fokker EK 43-B/080/78, Universitätsbibliothek, TU Hannover, 1978.
- /36/ L.SCHWARMANN UND MITARBEITER: " Über den Einfluß der Blechdicke auf das Rißfortschrittsverhalten ", Bericht VFW-Fokker EK 43-B/145/77, Universitätsbibliothek, TU Hannover, 1977.
- /37/ D.BROEK: " Cracks at structural Holes ", Report 75-25, MCIC, Columbus, USA, 1975.
- /38/ A.F.GRANDT: " Stress Intensity Factors for some through-cracked Fastener Holes ", Intern. Journal of Fracture, Vol.11, S. 283-294, 1975.

- /39/ C.C.POE: " Stress Intensity Factor for a cracked Sheet with riveted and uniformly spaced Stringers ", Report TR R-358, NASA, Virginia, USA, 1971.
- /40/ C.C.POE: " The Effect of broken Stringers on the Stress Intensity Factor ", Report TM X-71947, NASA, Virginia, USA, 1973.
- /41/ M.ISIDA: " Analysis of Stress Intensity Factors for the Tension of a centrally cracked Strip with stiffened Edges ", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 5, S. 647-665, London, 1973.
- /42/ H.HUTH UND MITARBEITER: " Über den Einfluß von Versteifungen auf den Rißfortschritt ", Bericht FB-122, LBF, Darmstadt, 1975.
- /43/ L.SCHWARMANN: " Bruchmechanische Kennwerte von ebenen, versteiften Blechstrukturen mit Zentralriß ", Bericht VFW-Fokker EK 425-B/46/76, Universitätsbibliothek, TU Hannover, 1976.
- /44/ L.SCHWARMANN, J.BAUER: " Steifigkeitsmatrix für ein Balkenelement mit linear veränderlicher Bauhöhe ", Bericht VFW-Fokker EK 43-B/o78/78, Universitätsbibliothek, TU Hannover, 1978.
- /45/ T.SWIFT: " The Effect of Fastener Flexibility and Stiffer Geometry on the Stress Intensity in stiffened cracked Sheet ", Douglas Paper 6211, Delft, 1974.
- /46/ M.J.TURNER UND MITARBEITER: " Stiffness and Deflection Analysis of complex Structures ", Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 23, S. 805-824, 1956.
- /47/ H.VLIEGER: " Application of Fracture Mechanics to Built-up Structures ", Report MP 79o44U, NLR, Amsterdam, 1979.
- /48/ A.SALVETTI UND MITARBEITER: " Theoretical and experimental Research on the Fatigue Crack Propagation in stiffened Panels ", Contract No. DAJA 37-73-C2881, European Research Office, 1974.
- /49/ K.HOFFER, R.KÖPER: " Rißfortschritt in Kampfflugzeugbauteilen ", ZTL-Aufgabe VF 2.2o/1, Teil 1, 1974-1975.
- /50/ L.E.JARFALL: " Optimum Design of Joints, Stress Severity Concept ", 5. ICAF-Symposium, Melbourne, 1967.
- /51/ M.STONE, T.SWIFT: " Structural Integrity through Damage-Tolerance Design Practices ", 15. ICAF-Symposium, Darmstadt, 1977.
- /52/ R.J.GRAN UND MITARBEITER: " Investigation and Analysis Development of early Life Aircraft structural Failures ", Report TR-7o-149, AFFDL, Ohio, USA, 1971.
- /53/ N.J.I.ADAMS: " The Influence of Curvature on Stress Intensity ", ASTM STP 486, S. 39-49, Toronto, 197o.
- /54/ H.F.BUECKNER: " A novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors ", ZAMM 5o, 9, S. 529-546, 197o.
- /55/ L.SCHWARMANN, J.BAUER: " Über die Anwendung der Finit-Element Methode in der Bruchmechanik ", Vortrag 77-o55, DGLR, Berlin, 1977.
- /56/ H.V.LAKSHMINARAYANA: " On Stress around an arbitrarily oriented Crack in a cylindrical Shell ", Intern. Journal of Fracture, Vol. 12, No. 4, S. 547-566, 1976.

DATEN		VERSTEIFTES BLECHFELD		
Symbol	Einheit	BF1	BF 2	BF 3
t	mm	2,0	1,27	1,27
b	mm	120	60	60
A_Z	mm^2	101	19	30
A_F	mm^2	101	19	30
J_Z	mm^4	13400	61	122
J_F	mm^4	13400	61	122
e_Z	mm	16,6	0	0
e_F	mm	16,6	0	0
p_Z	mm	24	30	30
p_F	mm	24	30	30
d_Z	mm	4,0	3,2	3,2
d_F	mm	4,0	3,2	3,2
h_Z	mm	3,50	2,54	2,87
h_F	mm	3,50	2,54	2,87
E	Nmm^{-2}	70000	70000	70000
E_V/E	-	1,0	1,0	1,0
E_N/E	-	1,0	1,0	1,0
$\frac{\sigma_{\infty V}}{\sigma_{\infty}}$	-	1,0	1,0	1,0

(Definition der Daten siehe ABB.3)

TABELLE 1 DATEN DER VERSTEIFTEN BLECHFELDER BF1, BF2, BF3 FÜR DIE BEISPIELRECHNUNGEN IN KAPITEL 4

Fall	Basis	Der Riß befindet sich im Blechfeld									
		Zentralversteifung					Randversteifung				
		intakt		durchtrennt			intakt		durchtrennt		
		Y_V	L_Z	Y_V	L_F		Y_V	L_R	Y_V	L_F	
$\xi < 1$	$\xi = 1$	Δ	Δ	∇	∇		Δ	Δ	∇	∇	
$\xi > 1$	$\xi = 1$	∇	∇	Δ	Δ		∇	∇	Δ	Δ	
$\lambda < 1$	$\lambda = 1$	Δ	∇	—	—		Δ	∇	—	—	
$\lambda > 1$	$\lambda = 1$	∇	Δ	—	—		∇	Δ	—	—	
$\zeta < 1$	$\zeta = 1$	∇	∇	∇	∇		∇	∇	∇	∇	

Für den einzelnen Fall bedeutet das Symbol

- Δ eine Erhöhung,
- ∇ eine Verminderung,
- keine Änderung der Y_V -Werte (L -Werte) gegenüber der Basis

TABELLE 2 QUALITATIVE ERGEBNISSE DER PARAMETERSTUDIEN

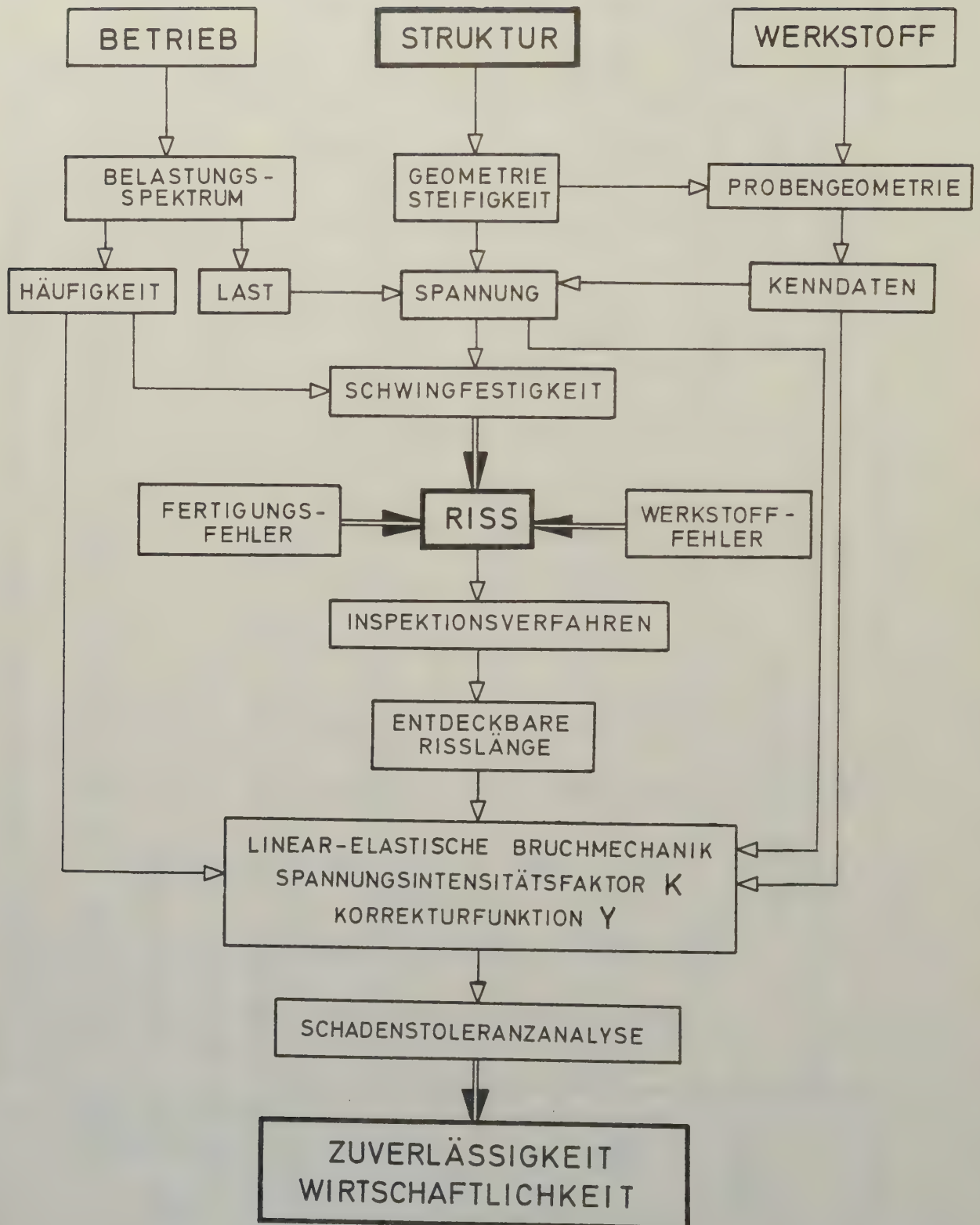
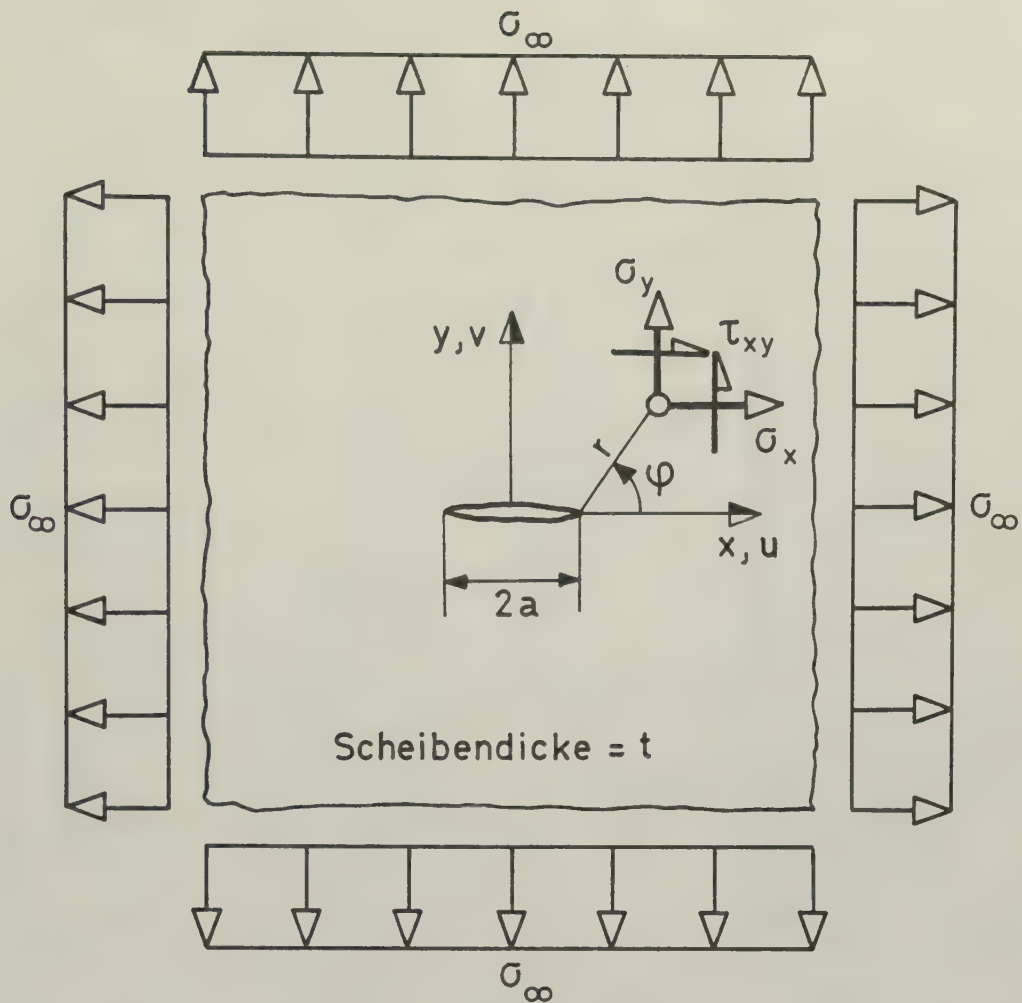
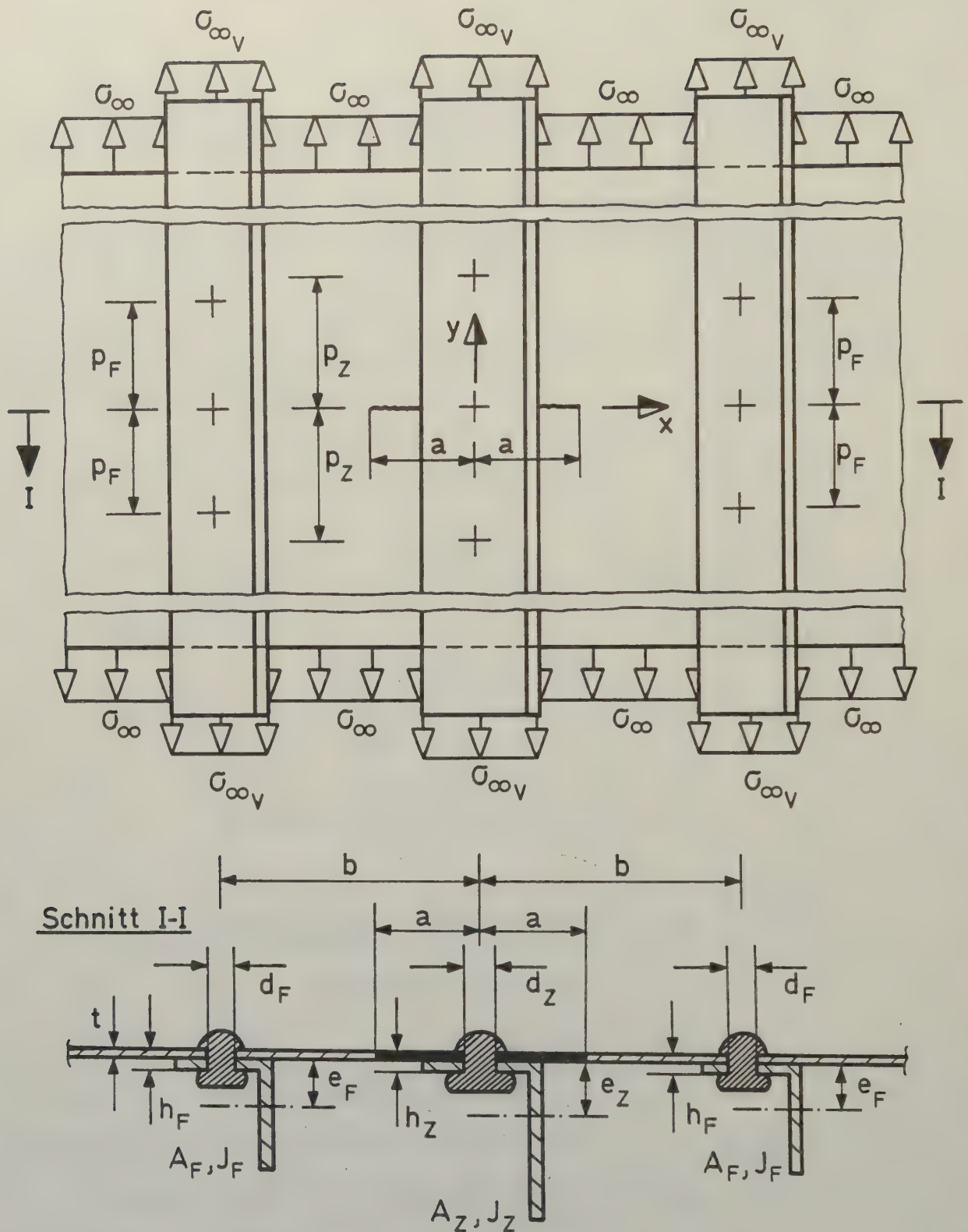


ABB. 1 SCHEMATISCHE DARSTELLUNG VON SCHADENSTOLERANZANALYSEN



- x, y = Cartesische Koordinaten
- r, φ = Polarkoordinaten
- $2a$ = Rißlänge
- σ_∞ = Angelegte Zugspannung
- $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ = Scheibenspannungen im x - y System
- u, v = Verschiebungen im x - y System

ABB. 2 DIE UNENDLICH AUSGEDEHNTESCHEIBE MIT ZENTRALRISS.
DEFINITIONEN.



A = Querschnittsfläche
 J = Flächenträgheitsmoment } der Versteifungsprofile

Elastizitätsmodul des Blechs = E
 Elastizitätsmodul der Versteifungsprofile = E_V
 Elastizitätsmodul der Nieten = E_N

ABB. 3 EBENES VERSTEIFTES BLECHFELD
 MIT ZENTRALRISS. DEFINITIONEN.

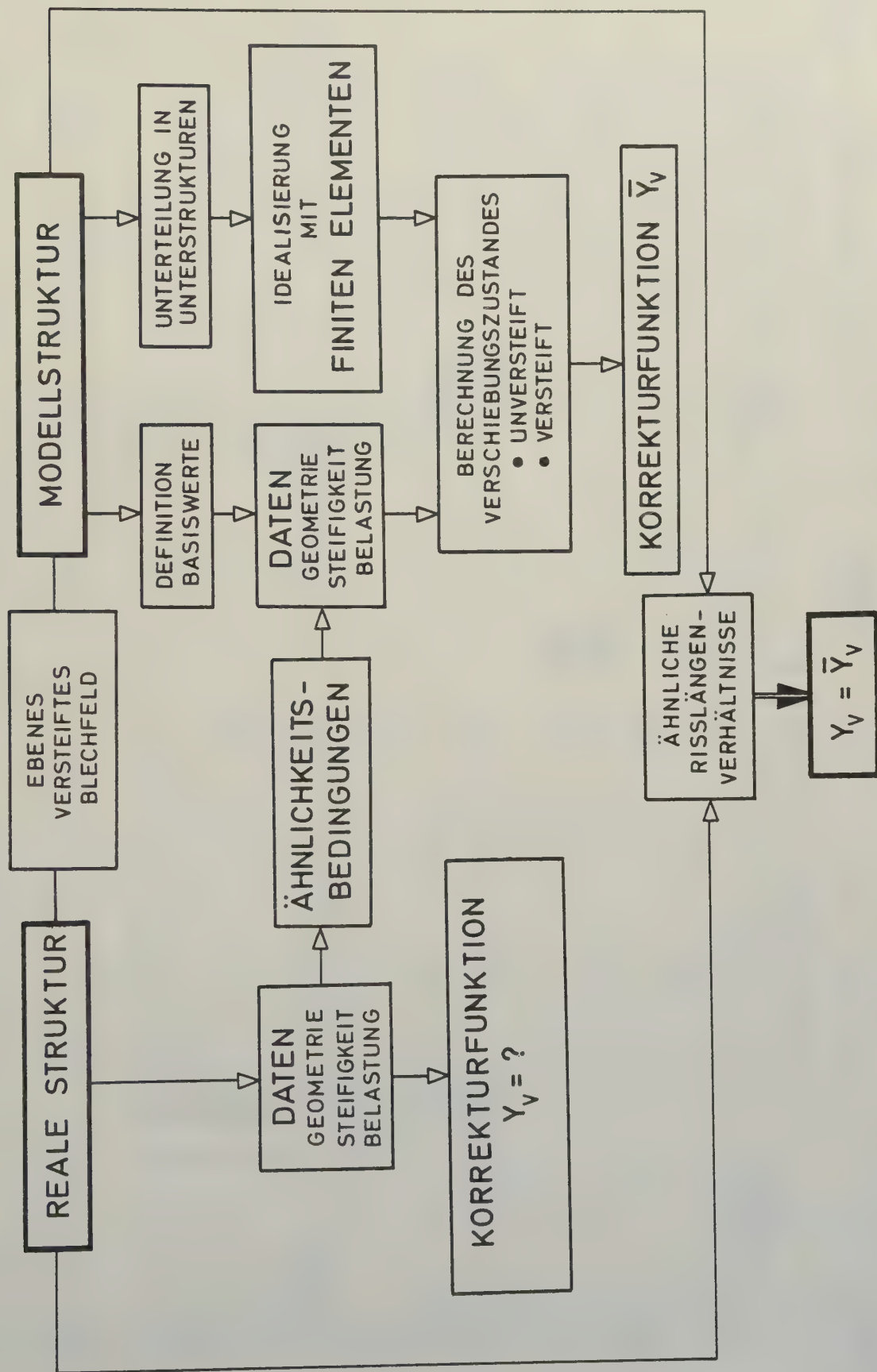
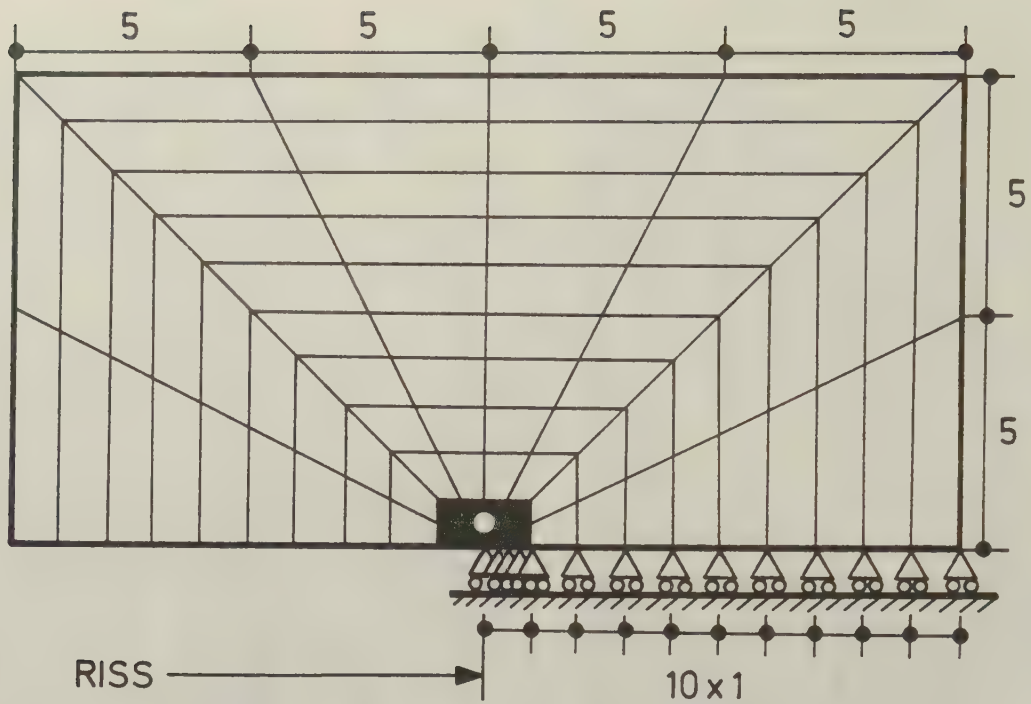


ABB. 4 SCHEMATISCHER ABLAUF DES RECHENVERFAHRENS ZUR ERMITTLUNG DER KORREKTURFUNKTION Y_v RISSBEHAFTETER, VERSTEIFTER BLECHFELDER.



Einzelheit  :

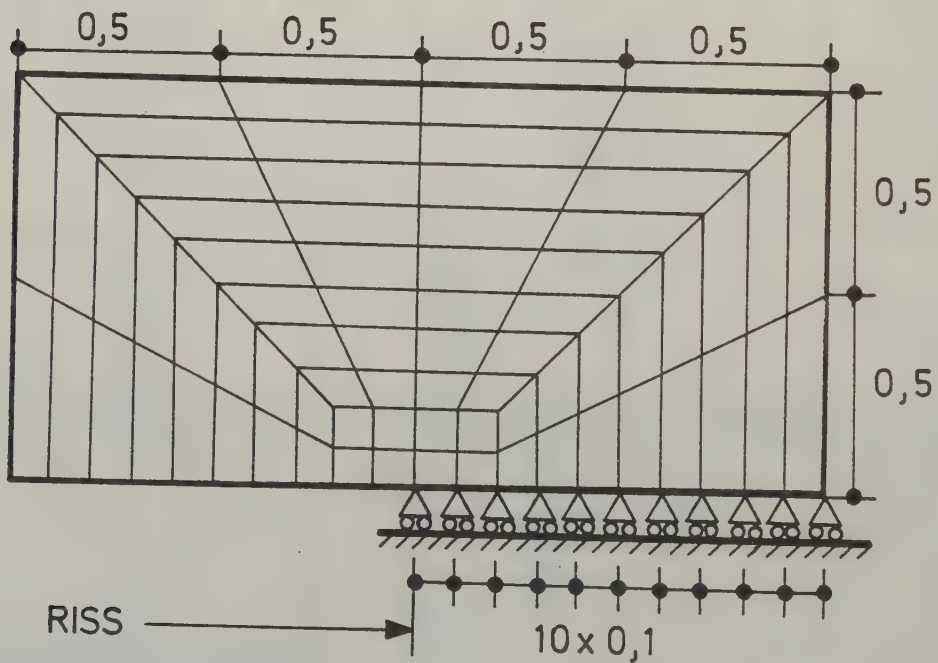
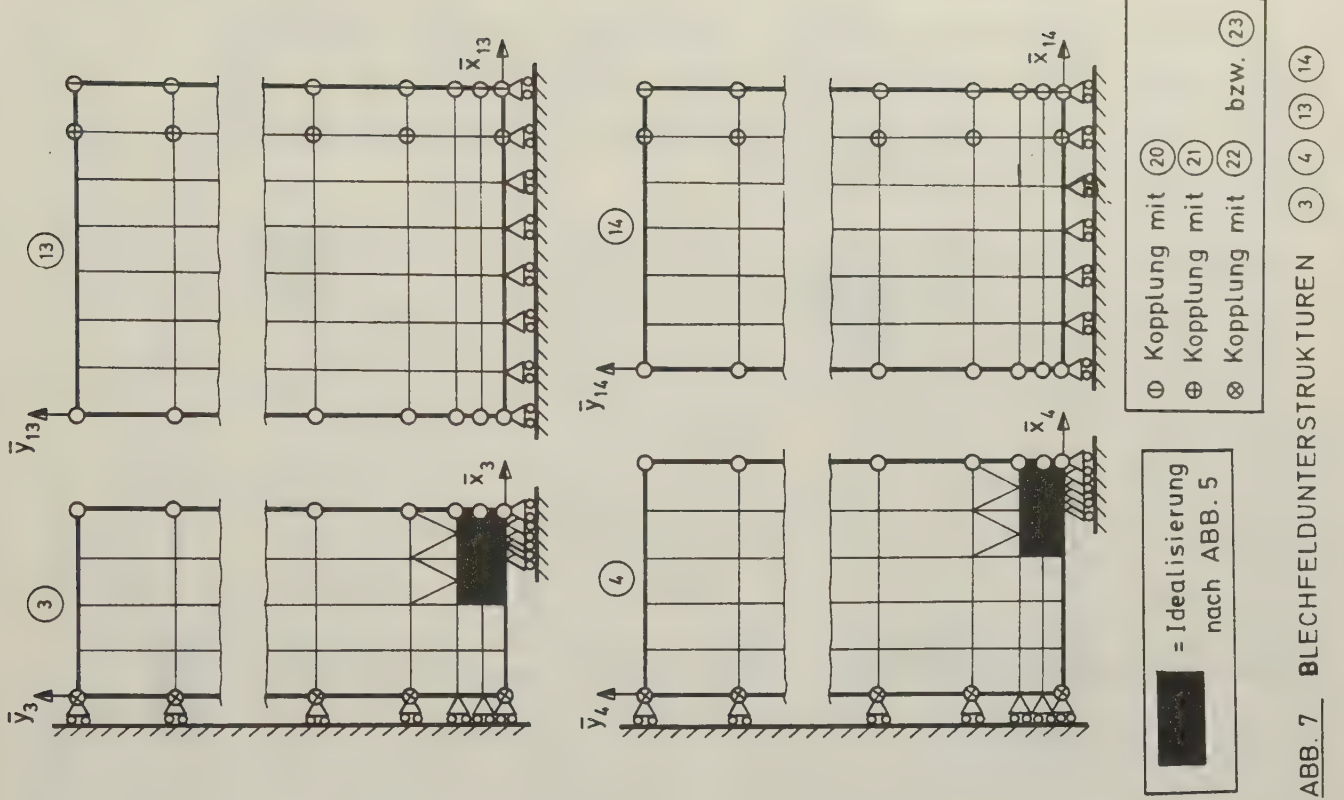
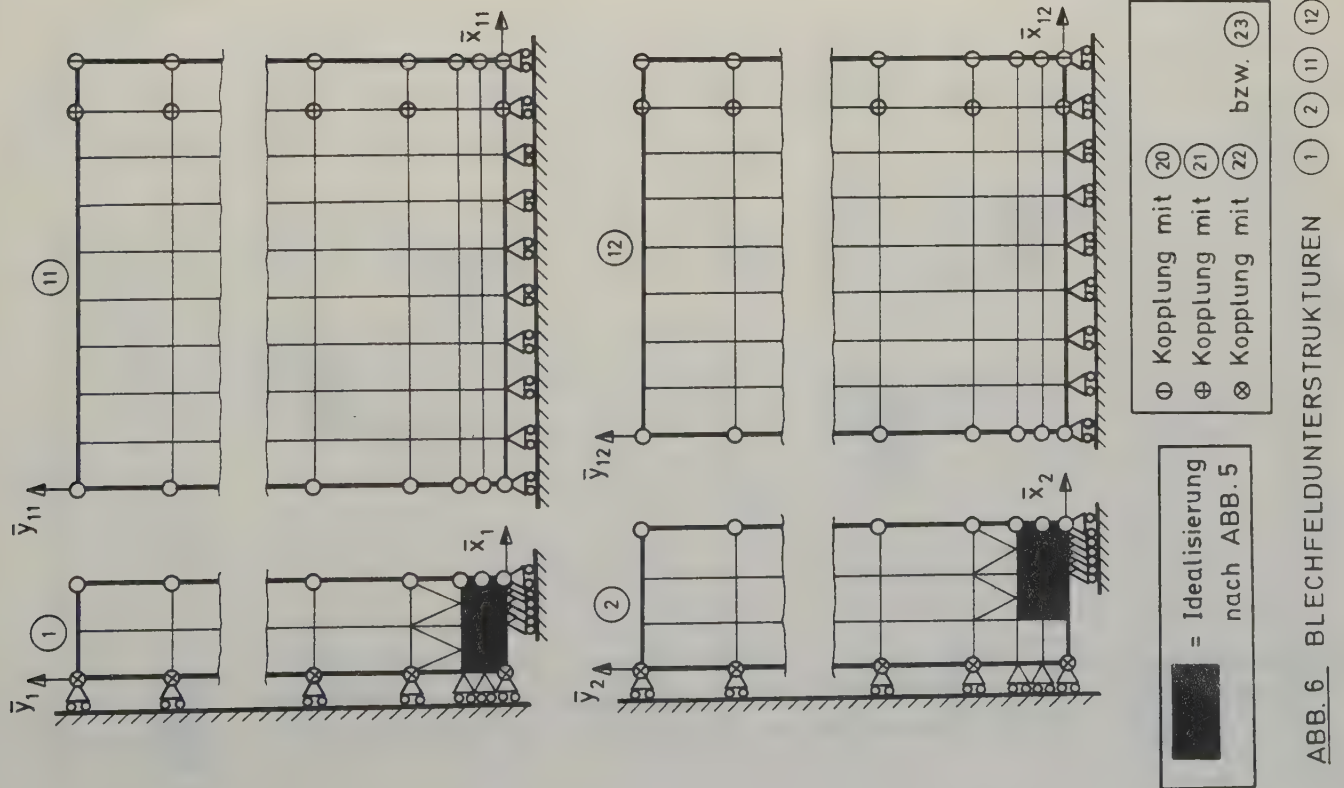
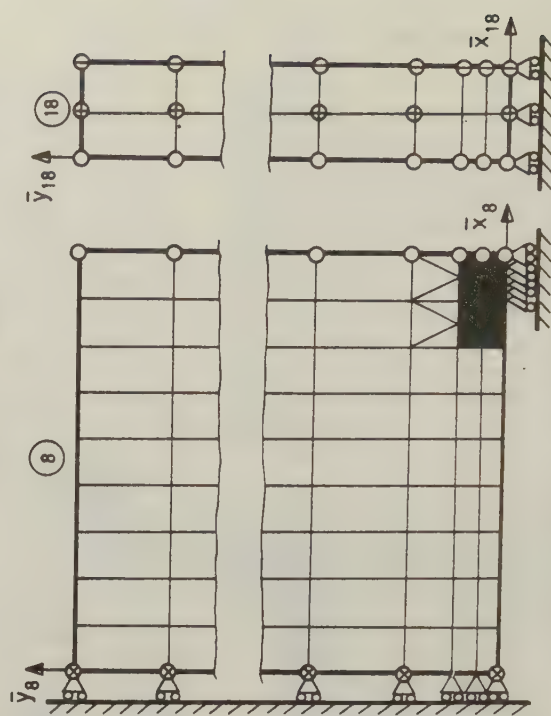
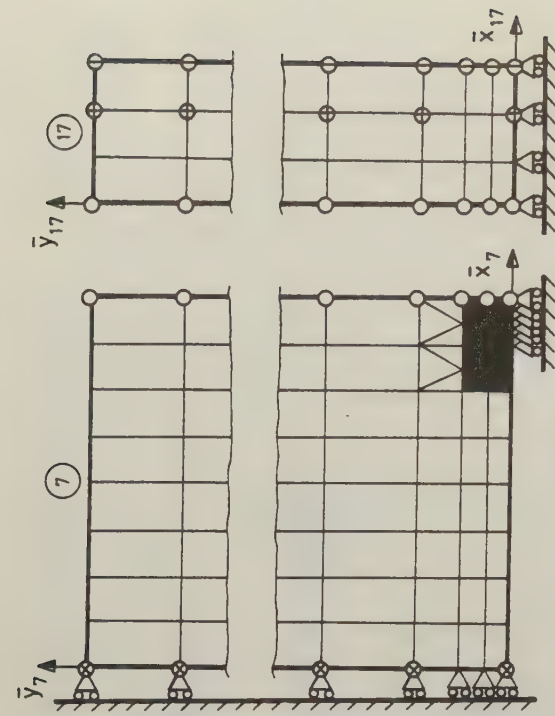


ABB. 5 IDEALISIERUNG DES RISSSPITZENBEREICHES
MIT VIERECK-SCHIEBENELEMENTEN

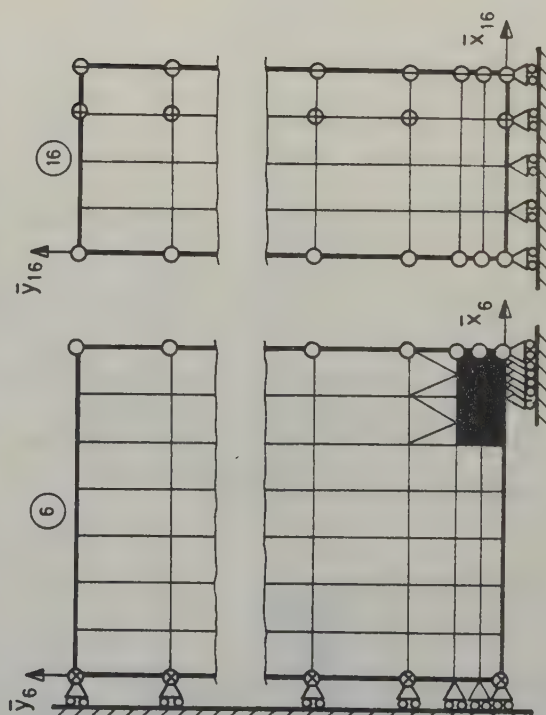
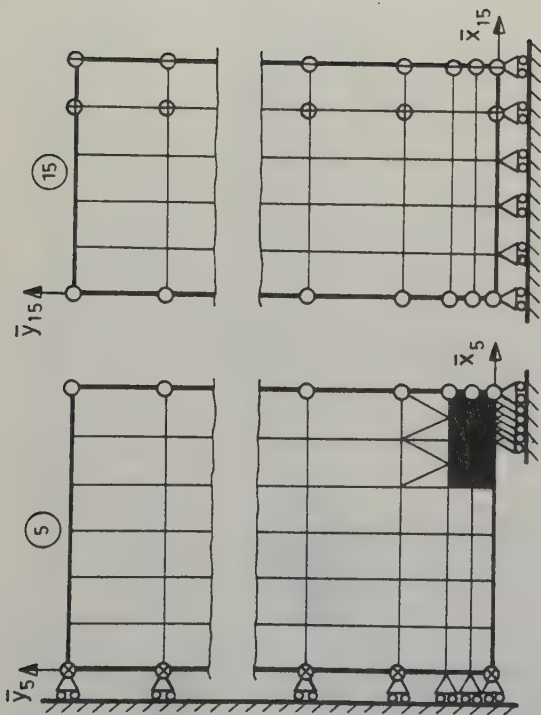




- ⊙ Kopplung mit (20)
- ⊕ Kopplung mit (21)
- ⊗ Kopplung mit (22) bzw. (23)

■ = Idealisierung
nach ABB. 5

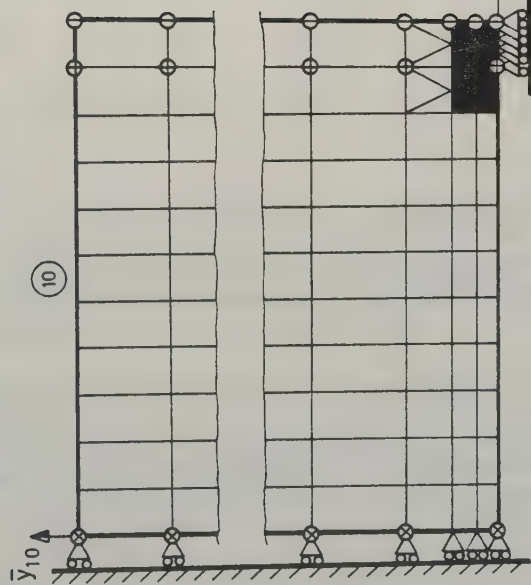
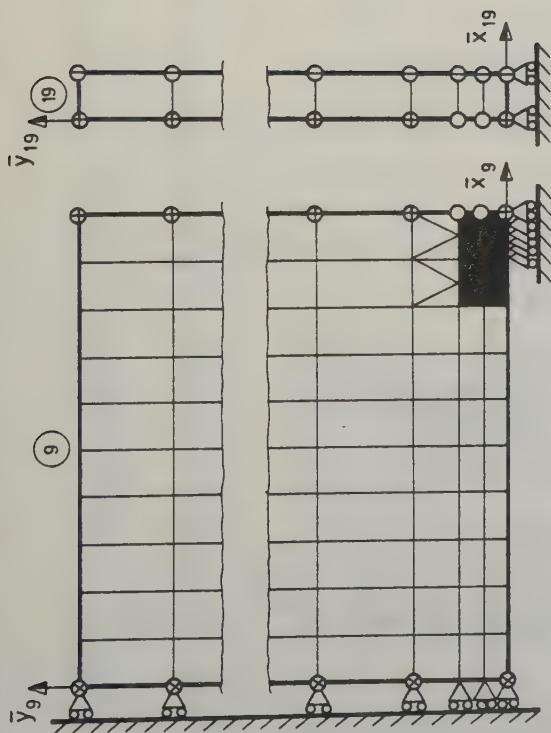
ABB. 9 BLECHFELDERSTRUKTUREN (7) (8) (17) (18)



- ⊙ Kopplung mit (20)
- ⊕ Kopplung mit (21)
- ⊗ Kopplung mit (22) bzw. (23)

■ = Idealisierung
nach ABB. 5

ABB. 8 BLECHFELDERSTRUKTUREN (5) (6) (15) (16)



= Idealisierung
nach ABB. 5

- ⊖ Kopplung mit (20)
- ⊕ Kopplung mit (21)
- ⊗ Kopplung mit (22) bzw. (23)

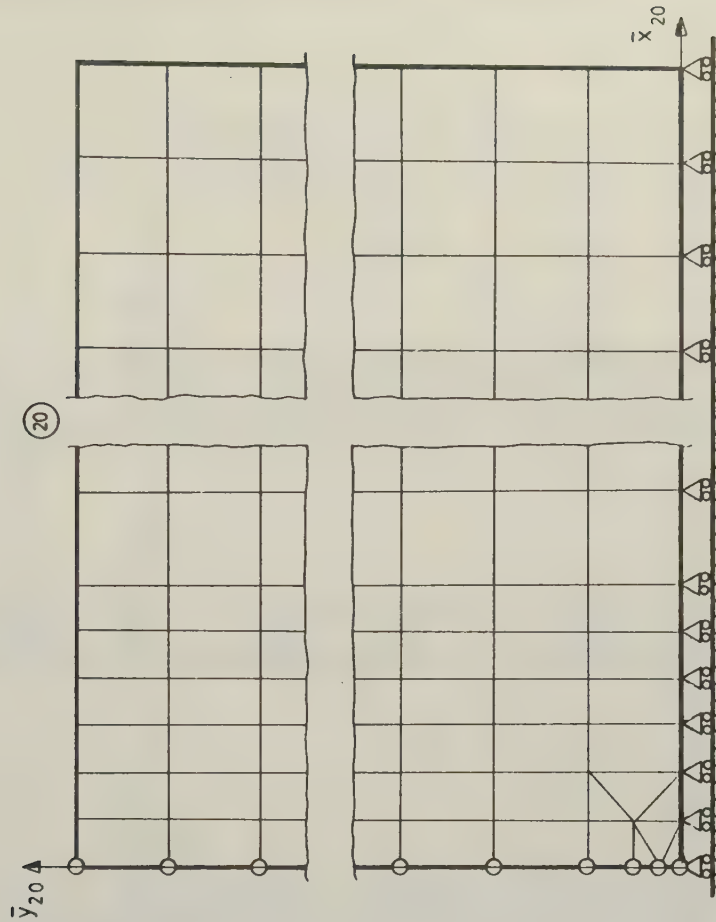
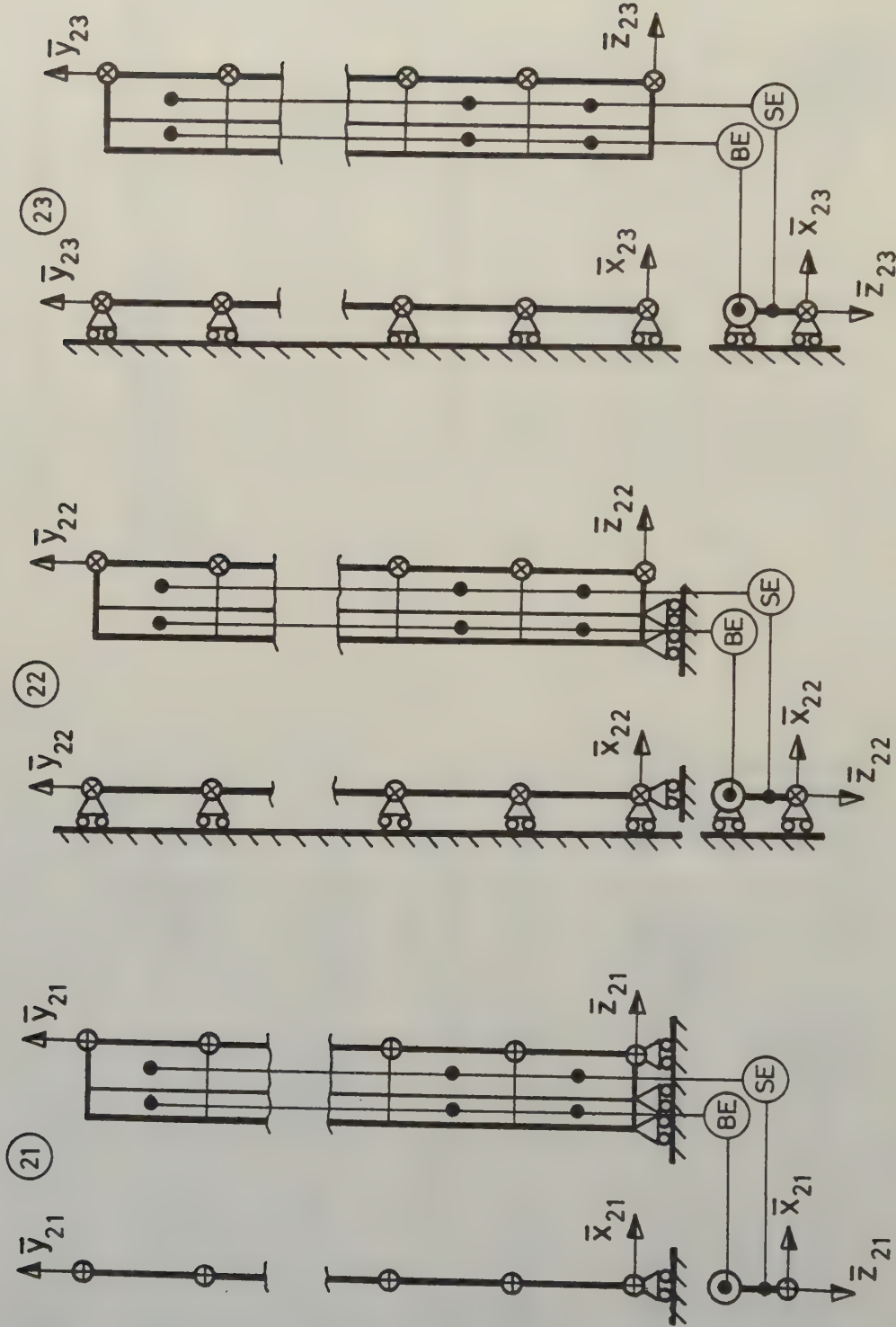


ABB. 11 BLEICHFELDUNTERSTRUKTUR (20)

ABB. 10 BLEICHFELDUNTERSTRUKTUREN (9) (10) (19)



BE — • Balkenelemente (Versteifungsprofile) SE — • Schubblechelemente (Niete)

ABB.12 UNTERSTRUKTUREN 21 22 23

$\bar{a}/\bar{b}$ [-]		$\bar{a}/\bar{b}$ [-]	
0,1		0,6	
0,2		0,7	
0,3		0,8	
0,4		0,9	
0,5		1,0	

① ÷ ②⑦ = Blechfeldunterstrukturen

②⑦ = Unterstruktur Feldversteifung

② = Unterstruktur Zentralversteifung

= ②② Zentralversteifung intakt

= ②③ Zentralversteifung durchtrennt

ABB. 13 KOPPLUNGSSCHEMA

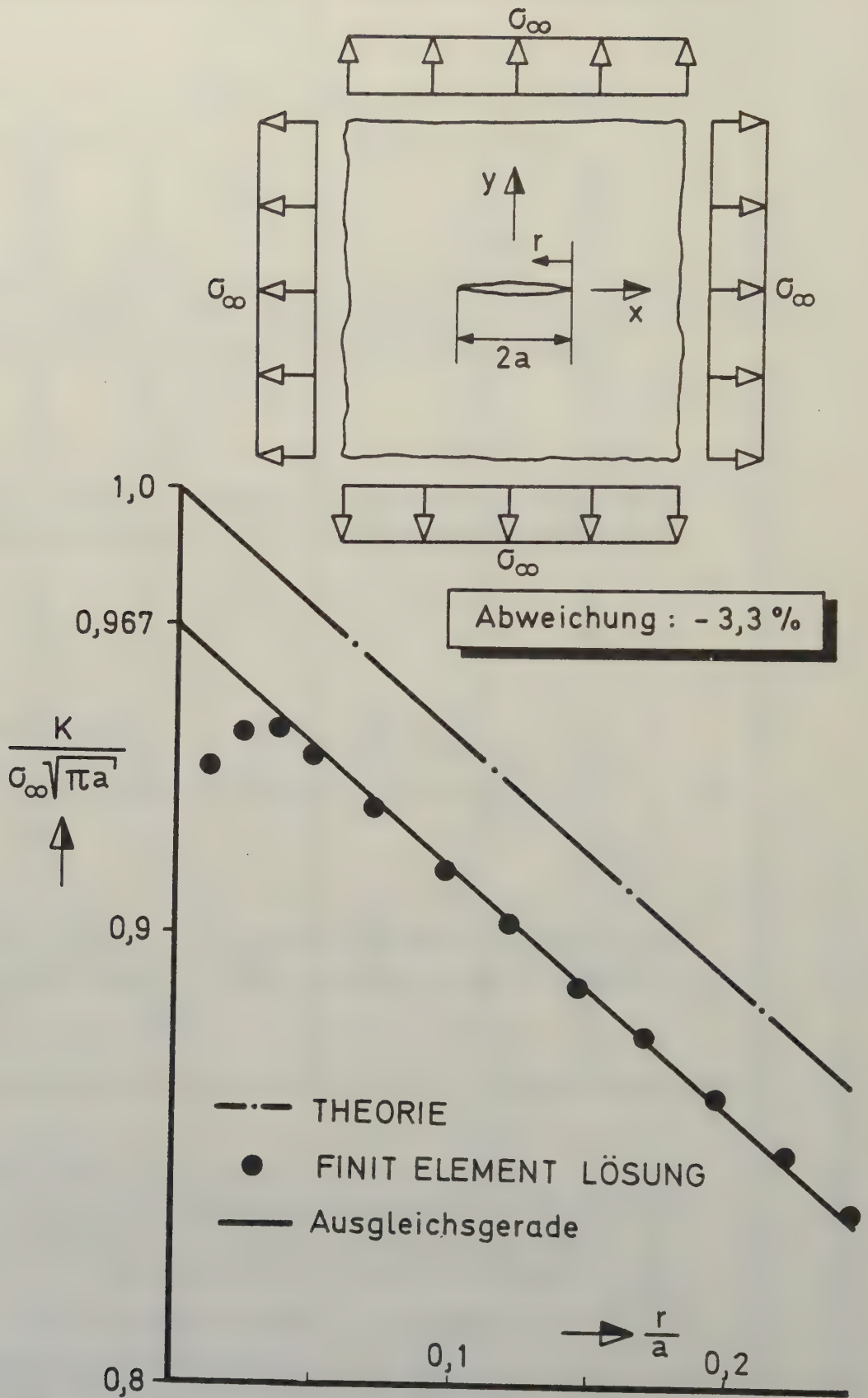


ABB. 14 SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOR DER UNENDLICH AUSGEDEHNTEN SCHEIBE MIT ZENTRALRISS. VERGLEICH THEORIE-FINIT ELEMENT LÖSUNG.

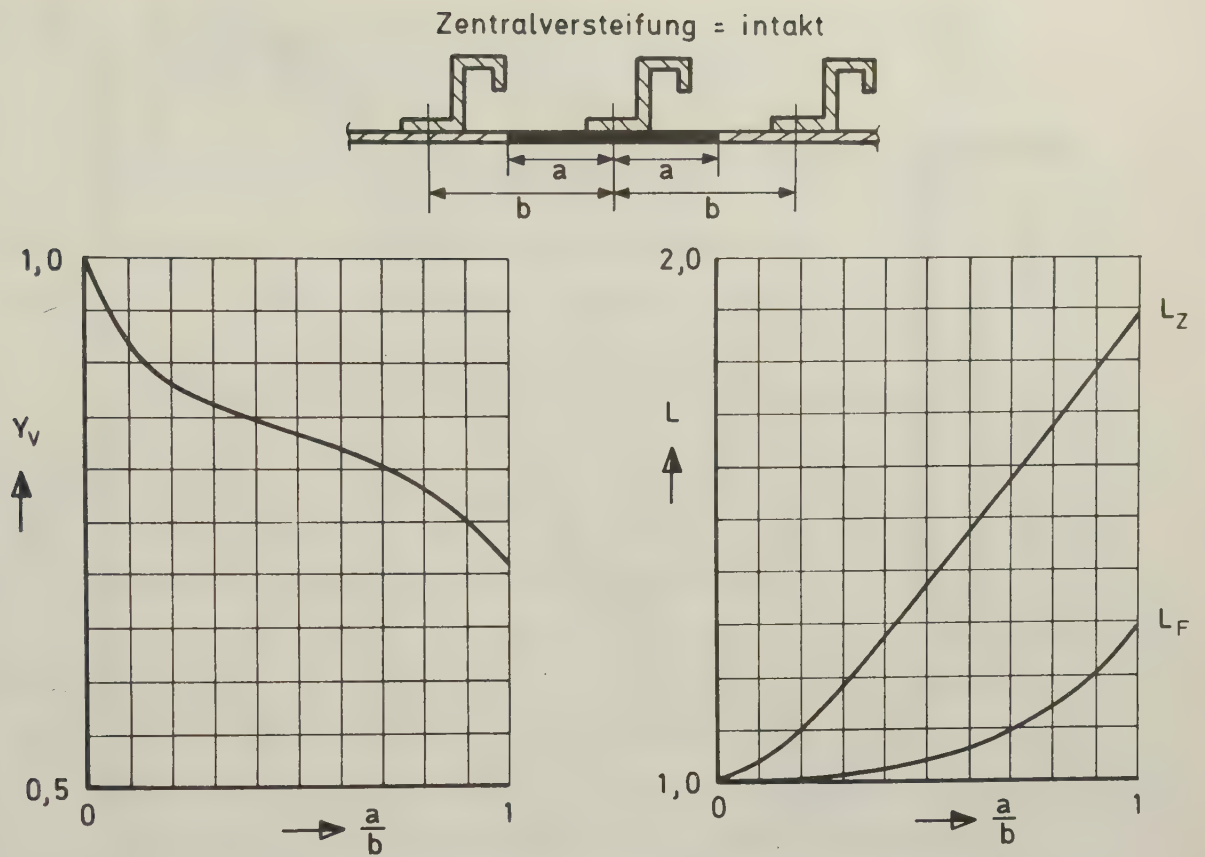


ABB. 15 RECHENERGEBNISSE FÜR DAS VERSTEIFTE BLECHFELD BF1

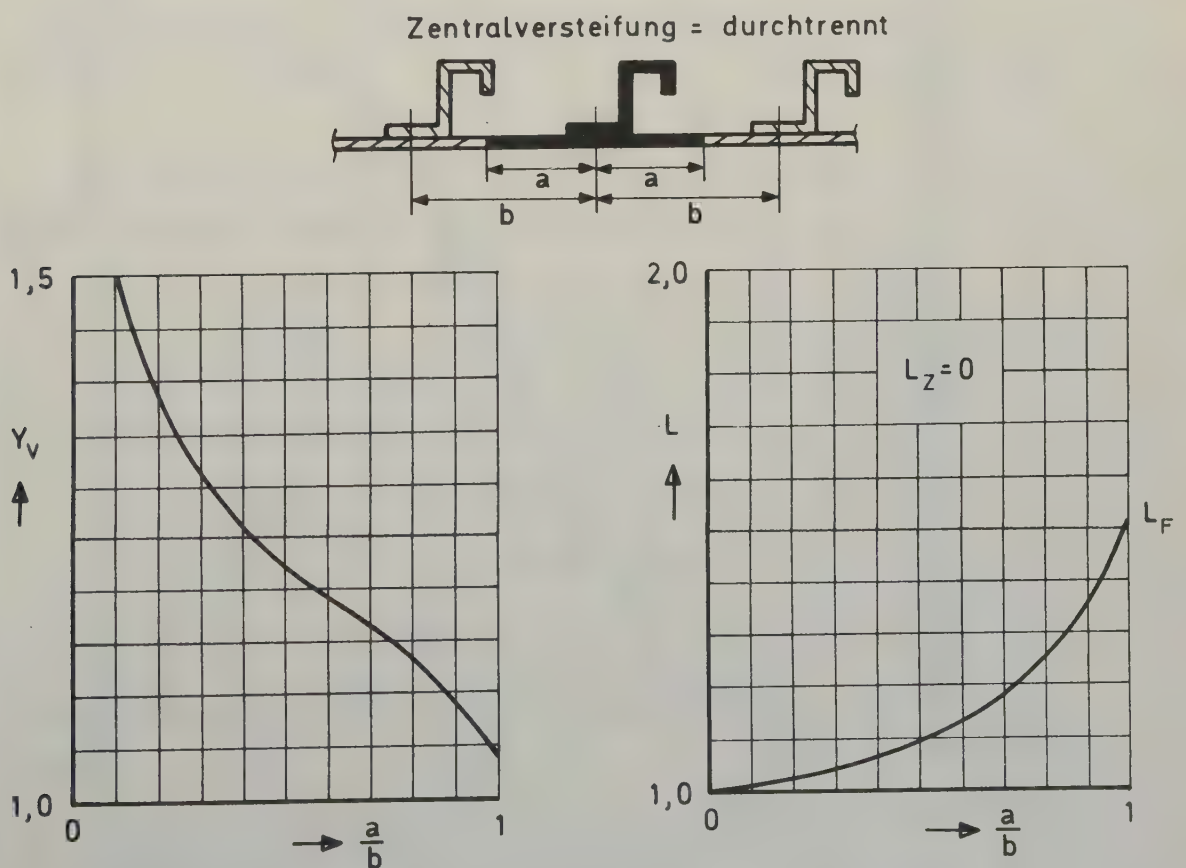


ABB. 16 RECHENERGEBNISSE FÜR DAS VERSTEIFTE BLECHFELD BF1

● Versuch /48/
— Rechnung

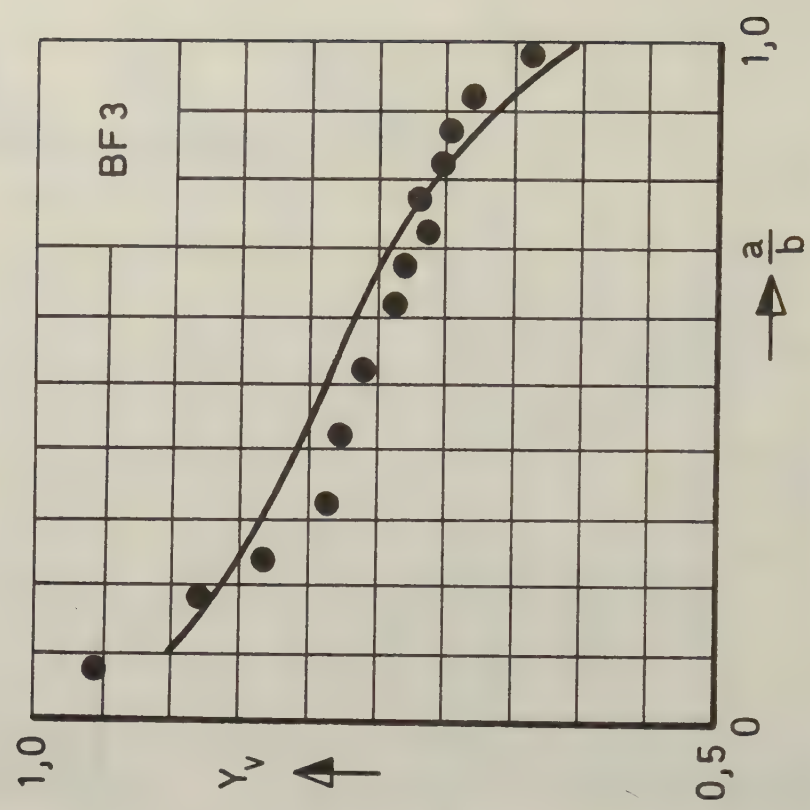
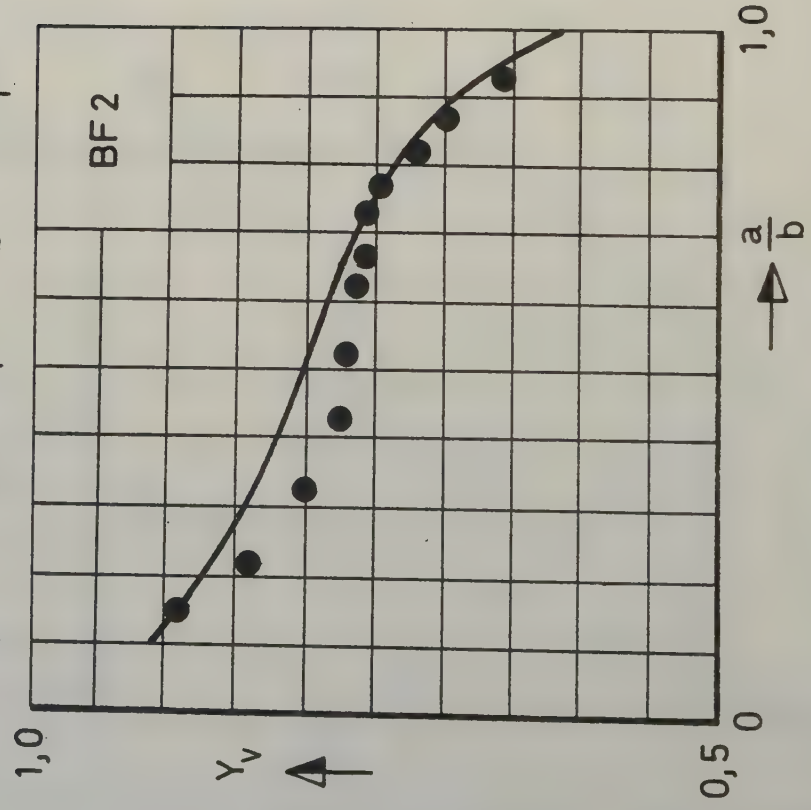
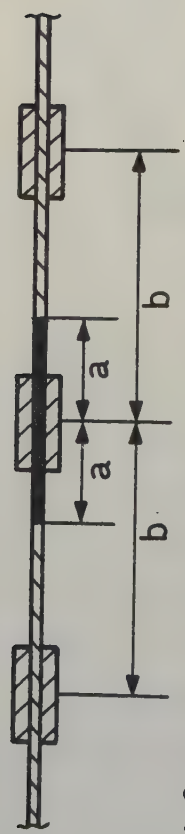


ABB.17 KORREKTURFUNKTION DER VERSTEIFTEN BLECHFELDER BF2 UND BF3.
VERGLEICH RECHNUNG -VERSUCH.

WERKSTOFF : Alum. leg. 3.1364.5

BELASTUNG : $\sigma_{\infty 0} = 90 \text{ Nmm}^{-2}$

$\sigma_{\infty U} = 9 \text{ Nmm}^{-2}$

○ unversteift, Versuch /49/

● versteift, Versuch /49/

— versteift, Rechnung

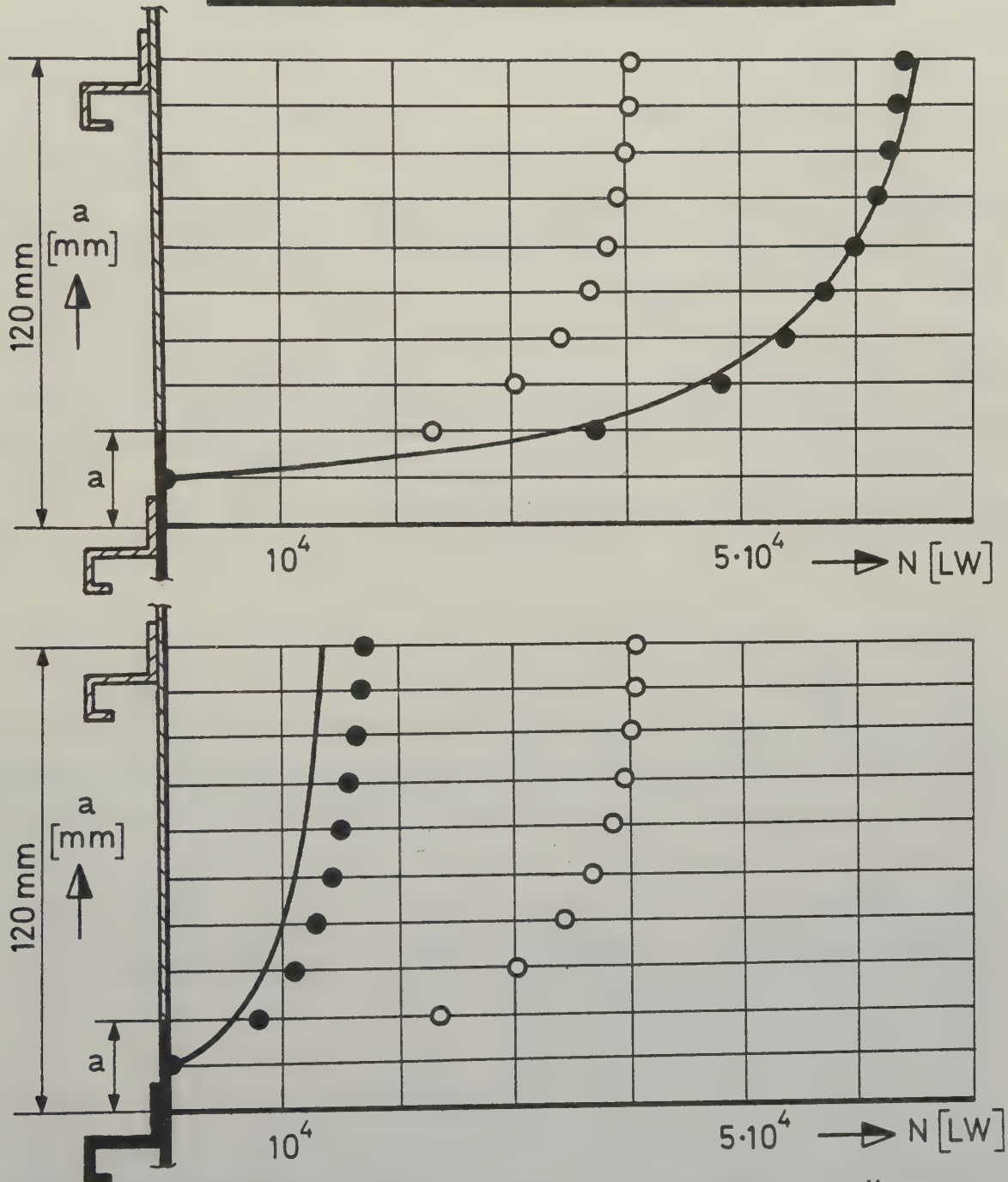
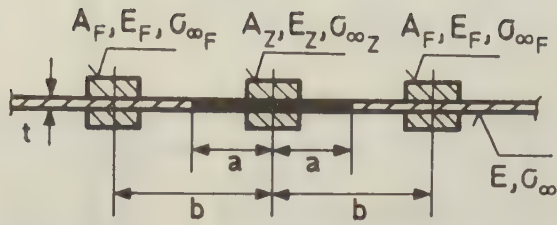
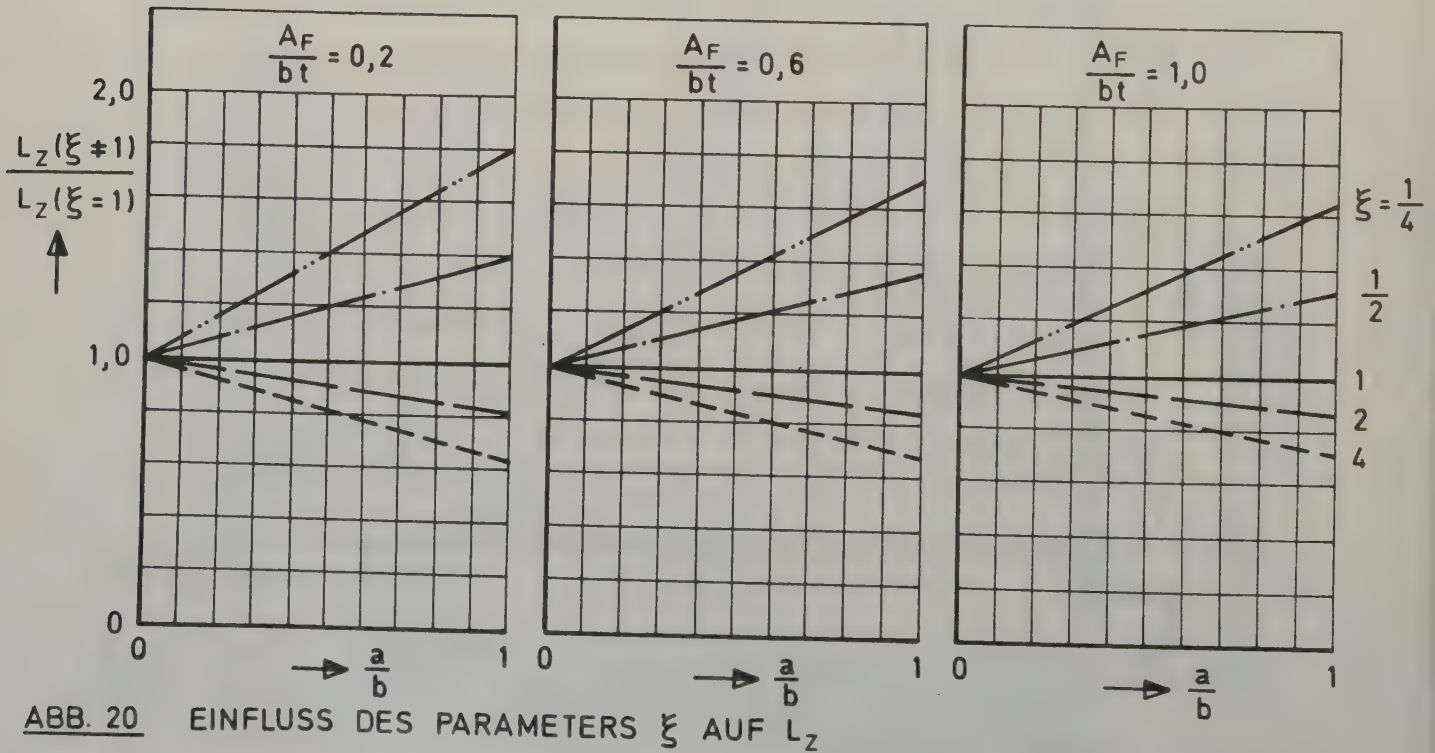
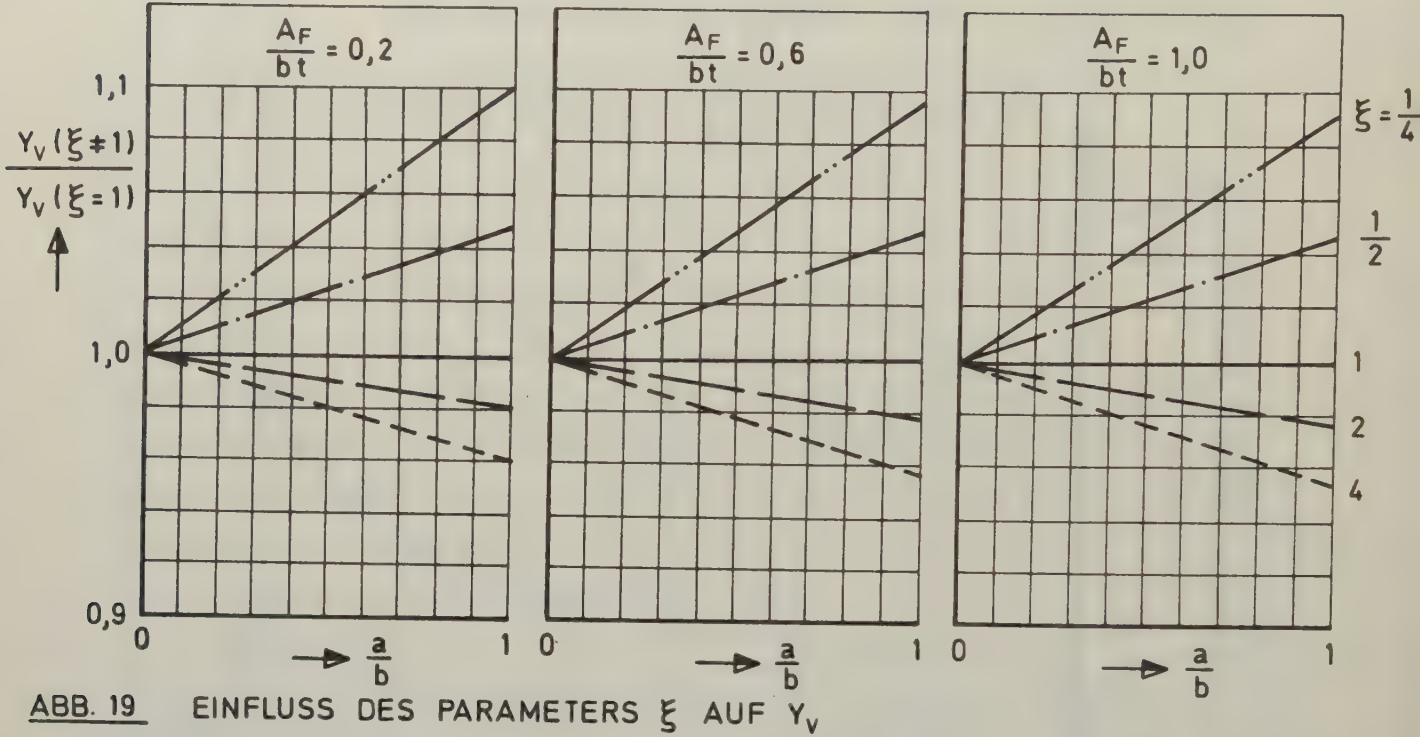


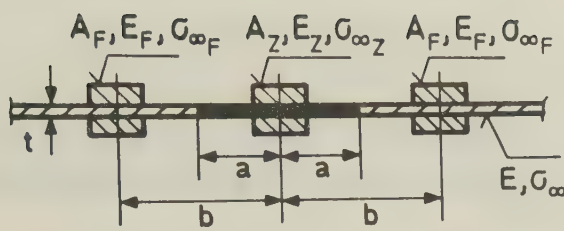
ABB. 18 RISSFORTSCHRITTSUNTERSUCHUNGEN FÜR DAS VERSTEIFTE BLECHFELD BF1. VERGLEICH RECHNUNG-VERSUCH.



Zentralversteifung = intakt

$$\frac{E_Z}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \xi = \frac{A_Z}{A_F}$$





Zentralversteifung = intakt

$$\frac{A_Z}{A_F} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \lambda = \frac{E_Z}{E_F}$$

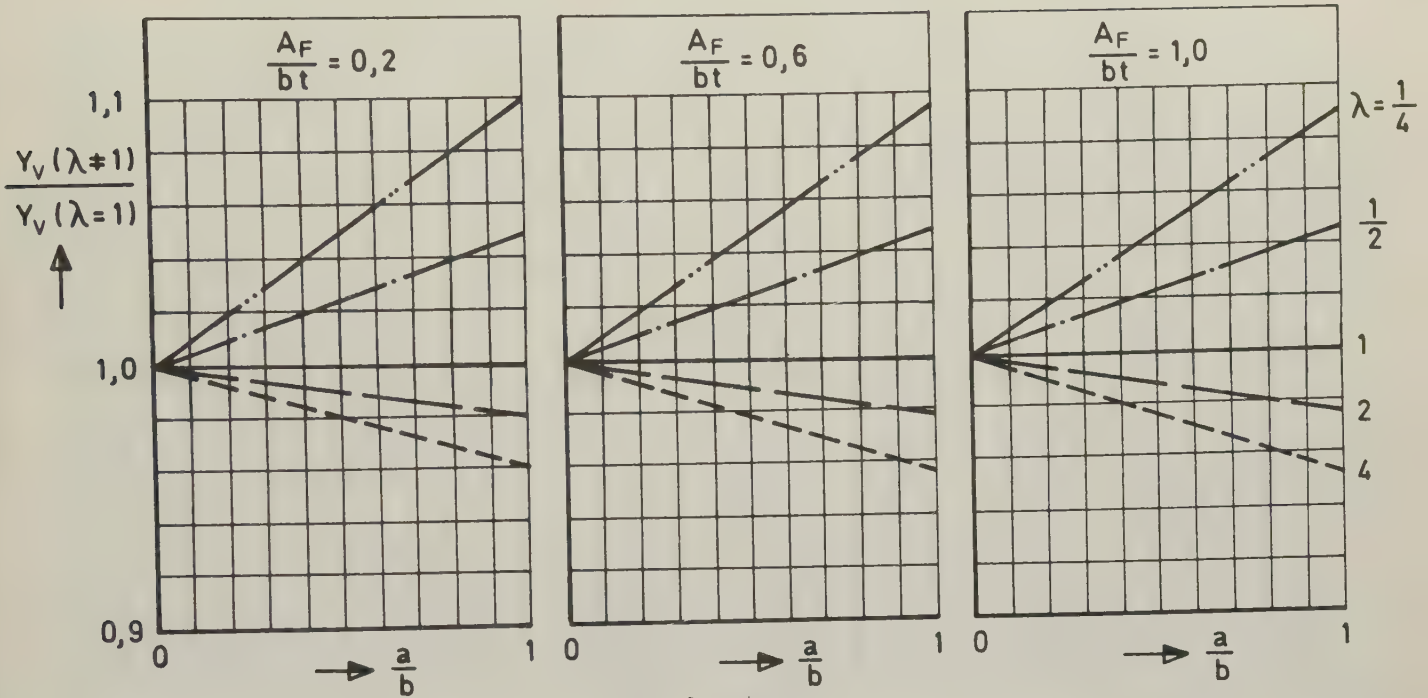


ABB. 21 EINFLUSS DES PARAMETERS λ AUF Y_V

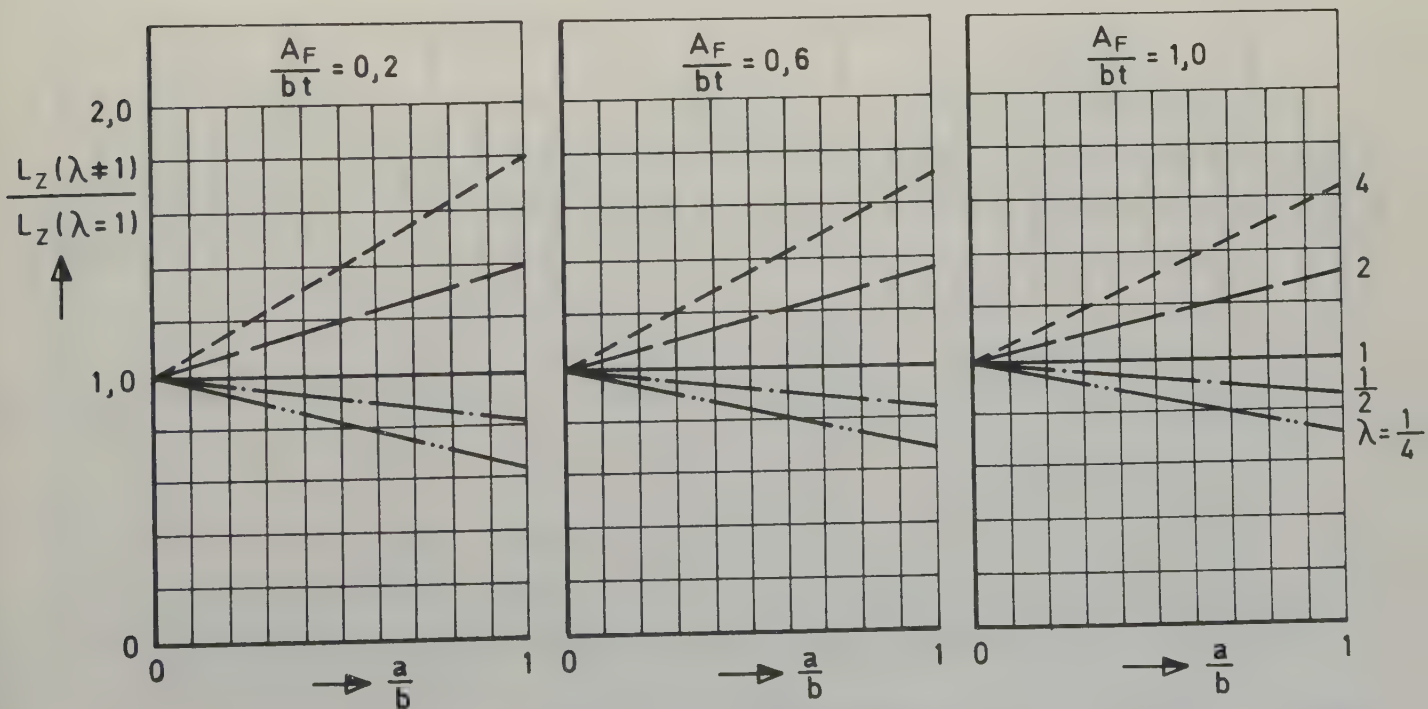
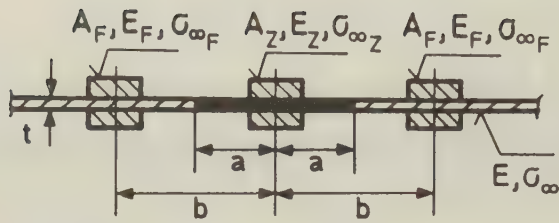


ABB. 22 EINFLUSS DES PARAMETERS λ AUF L_Z



Zentralversteifung = intakt

$$\frac{A_Z}{A_F} = \frac{E_Z}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \zeta = \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty F}}$$

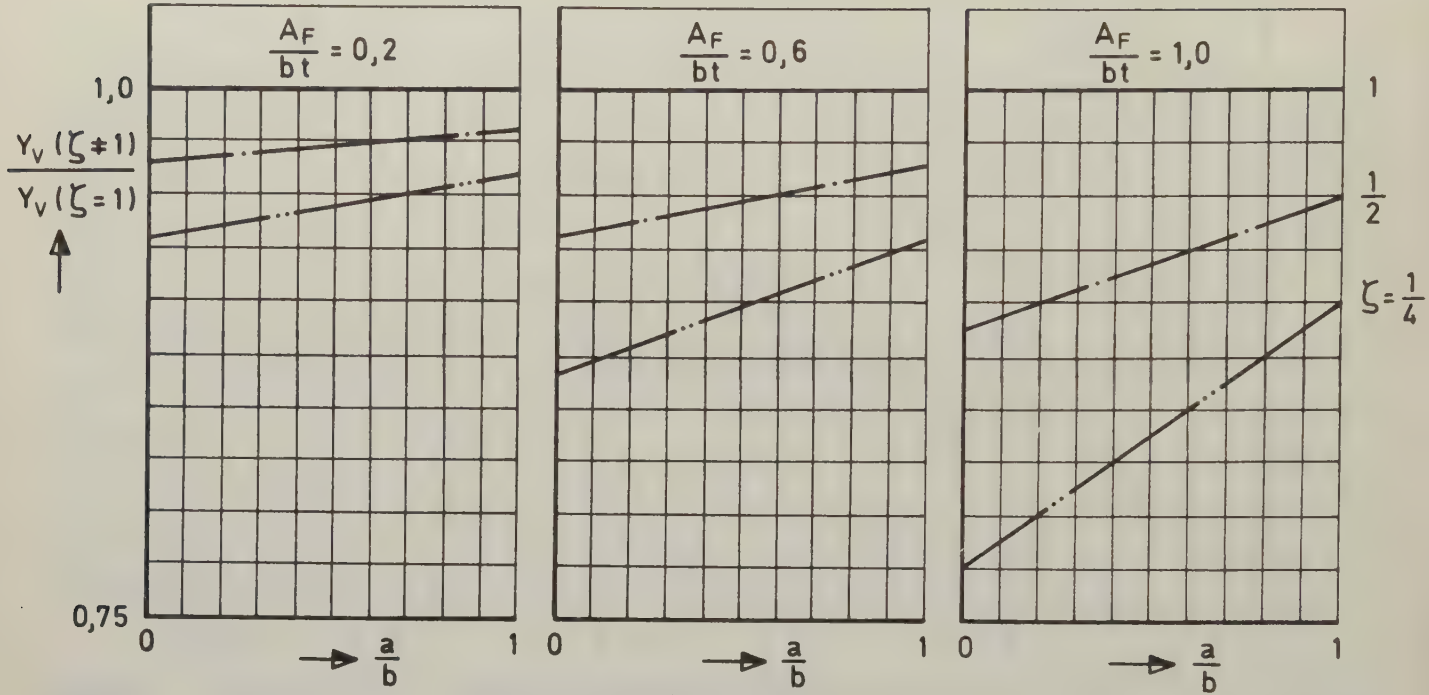


ABB. 23 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF Y_V

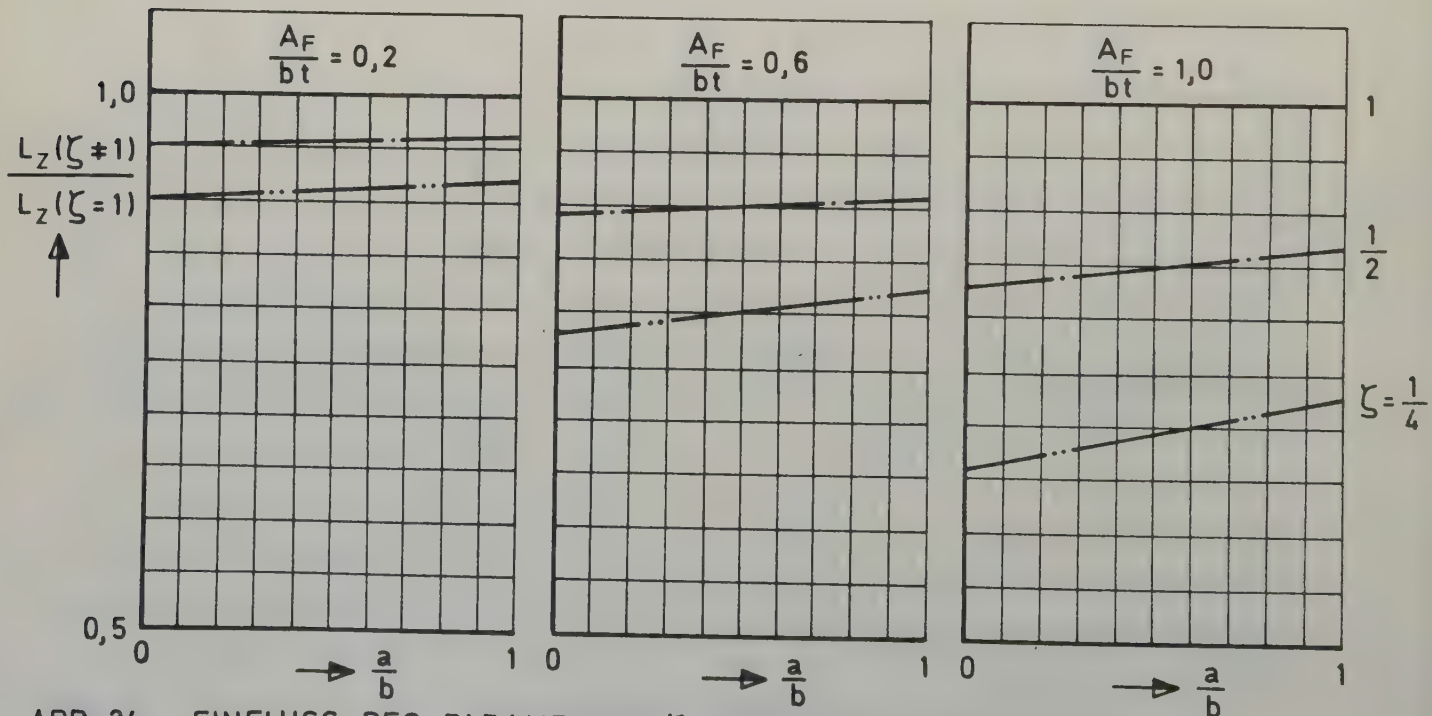
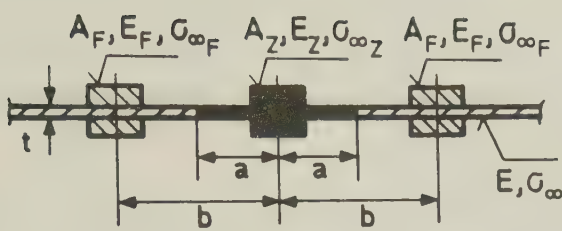


ABB. 24 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF L_Z



Zentralversteifung = durchtrennt

$$\frac{E_Z}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \xi = \frac{A_Z}{A_F}$$

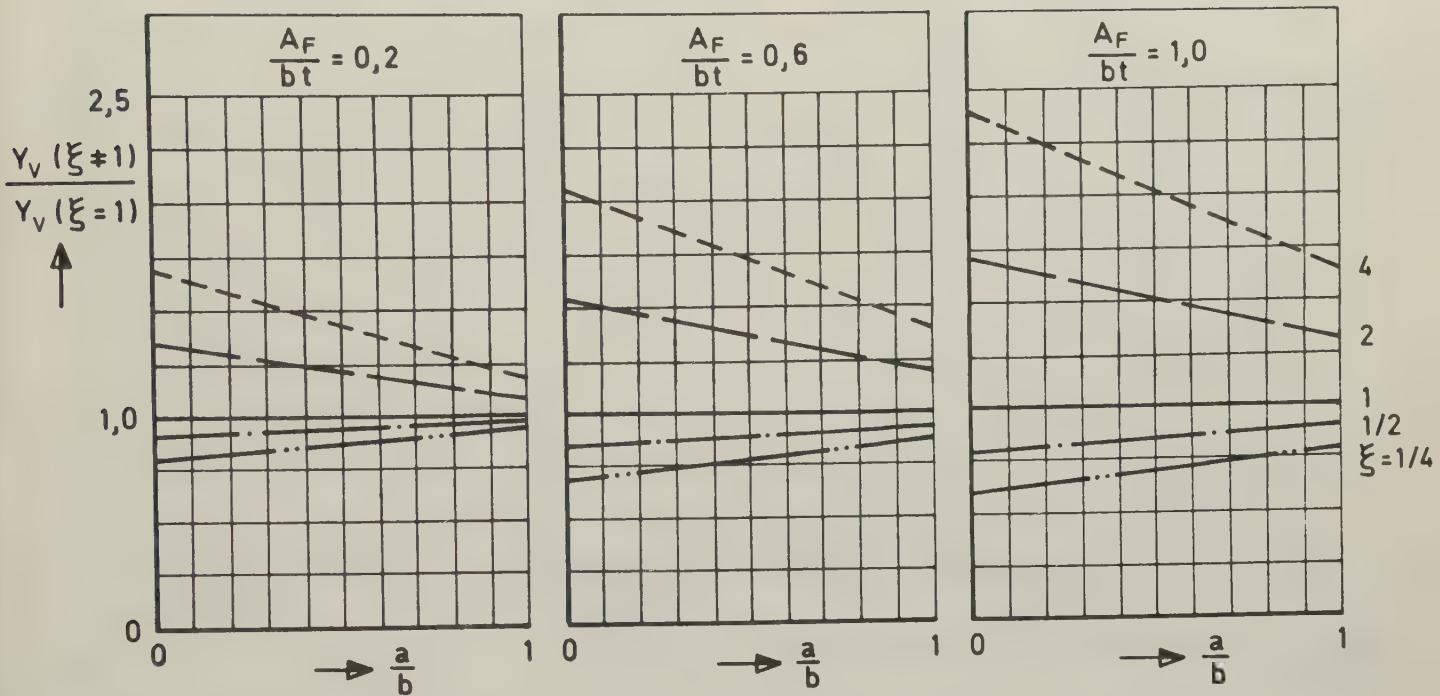


ABB. 25 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF γ_V

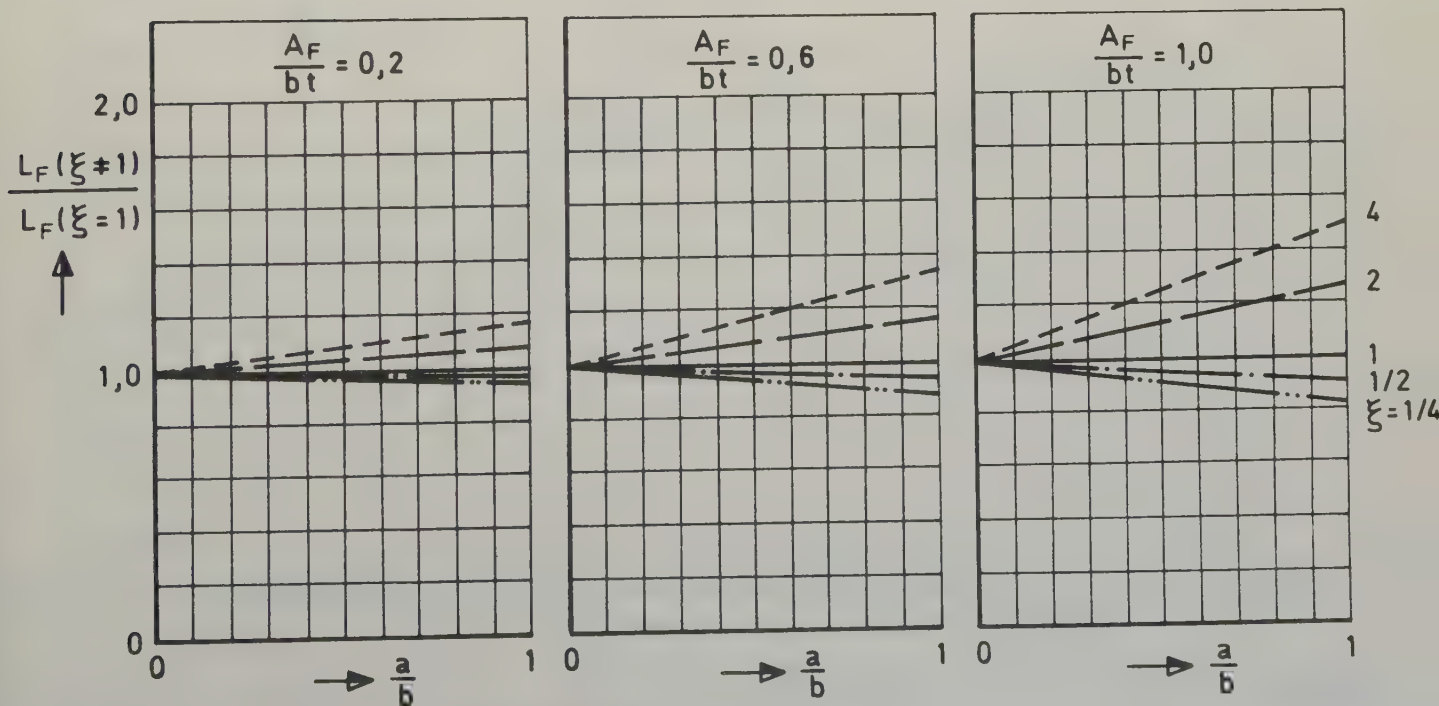
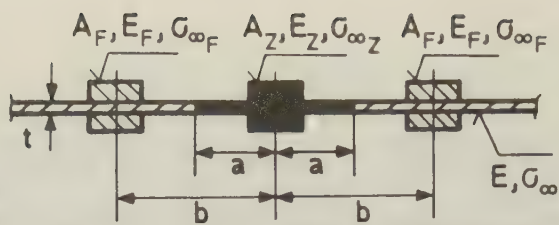


ABB. 26 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF L_F



Zentralversteifung = durchtrennt

$\frac{A_Z}{A_F} = \frac{E_Z}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1$	$\zeta = \frac{G_{\infty Z}}{G_{\infty F}}$
---	---

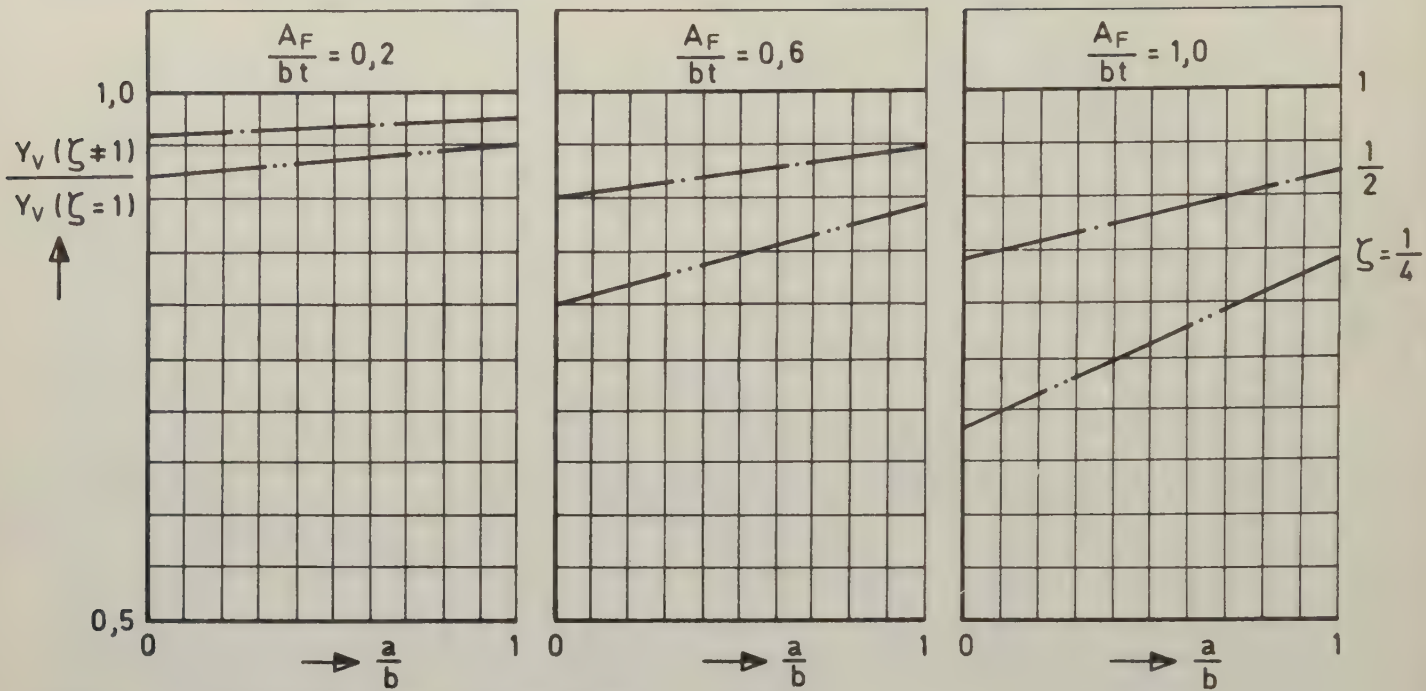


ABB. 27 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF y_V

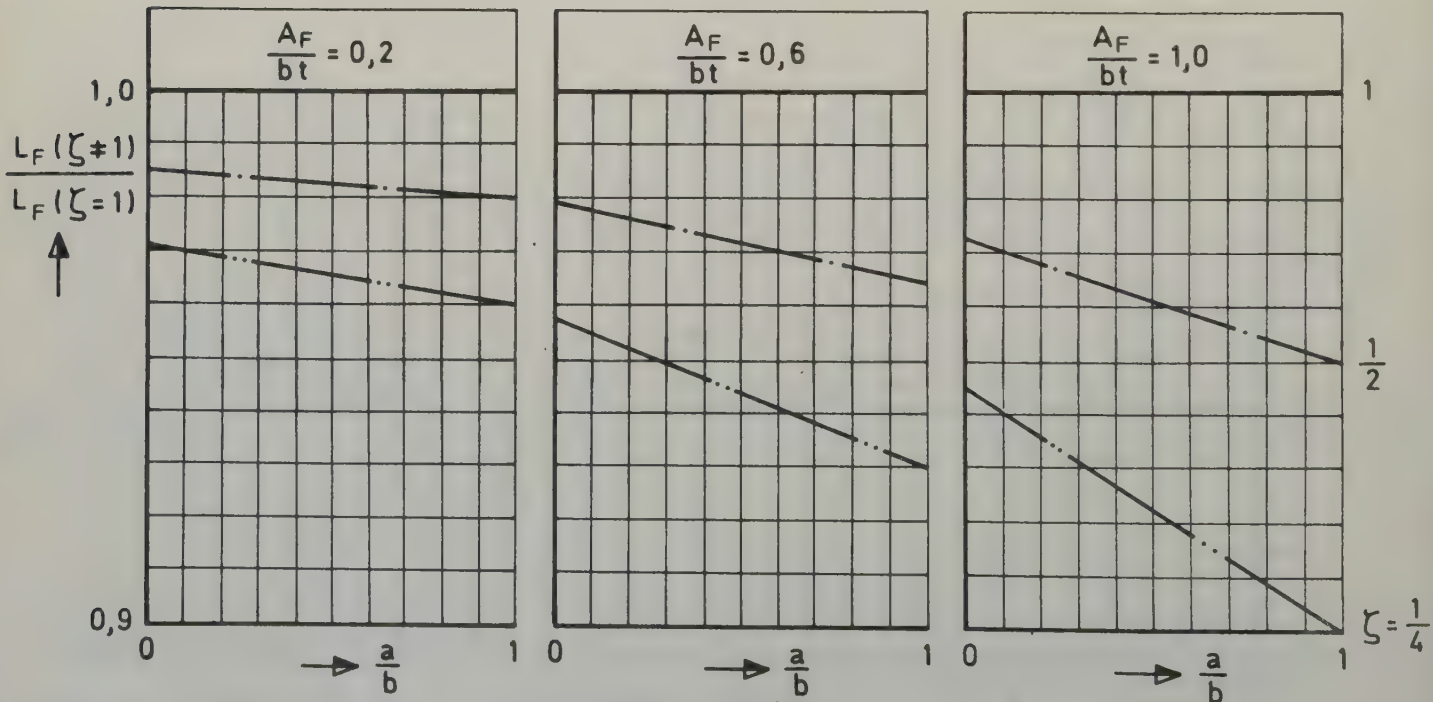
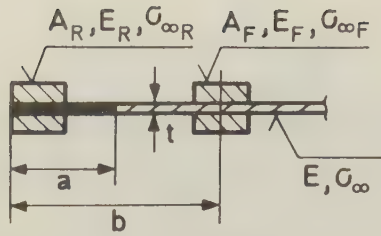


ABB. 28 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF L_F



Randversteifung = intakt

$$\frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \eta = \frac{A_R}{bt} = \frac{A_F}{bt}$$

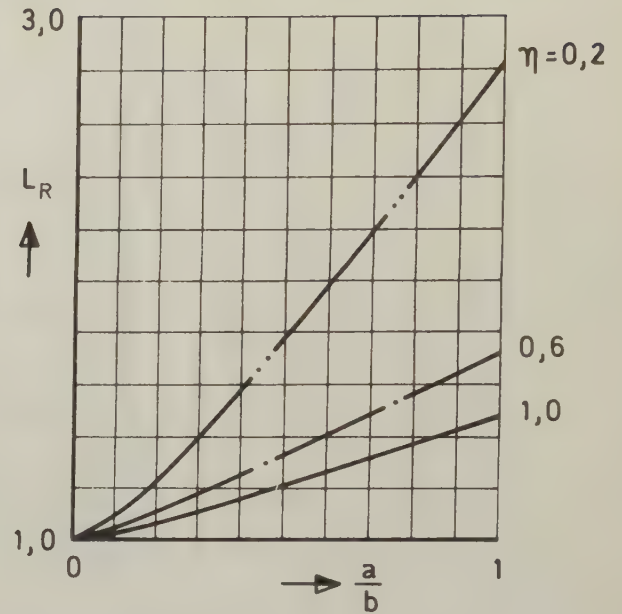
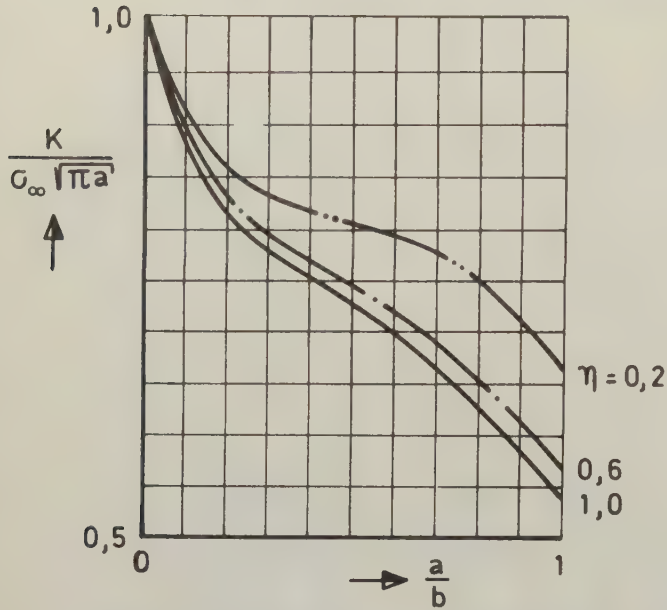
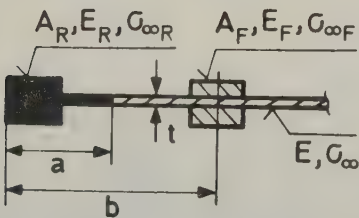


ABB. 30 EINFLUSS DES PARAMETERS η AUF K UND AUF L_R



Randversteifung = durchtrennt

$$\frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \eta = \frac{A_R}{bt} = \frac{A_F}{bt}$$

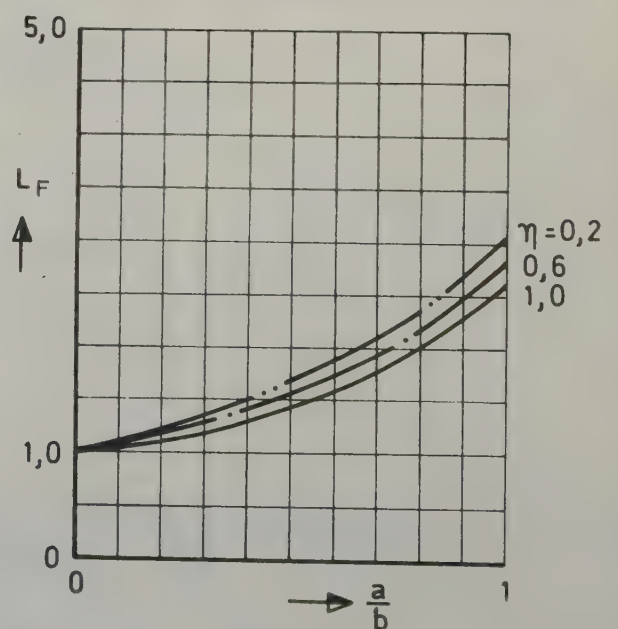
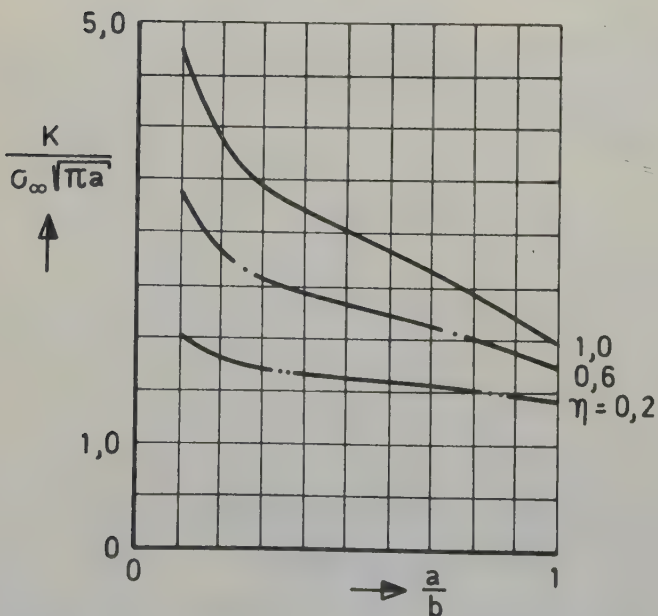
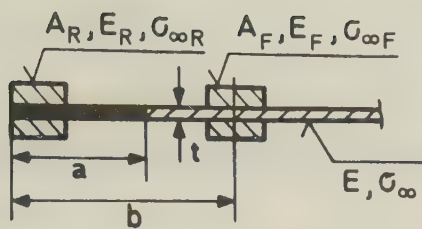


ABB. 31 EINFLUSS DES PARAMETERS η AUF K UND AUF L_F



Randversteifung = intakt

$$\frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \xi = \frac{A_R}{A_F}$$

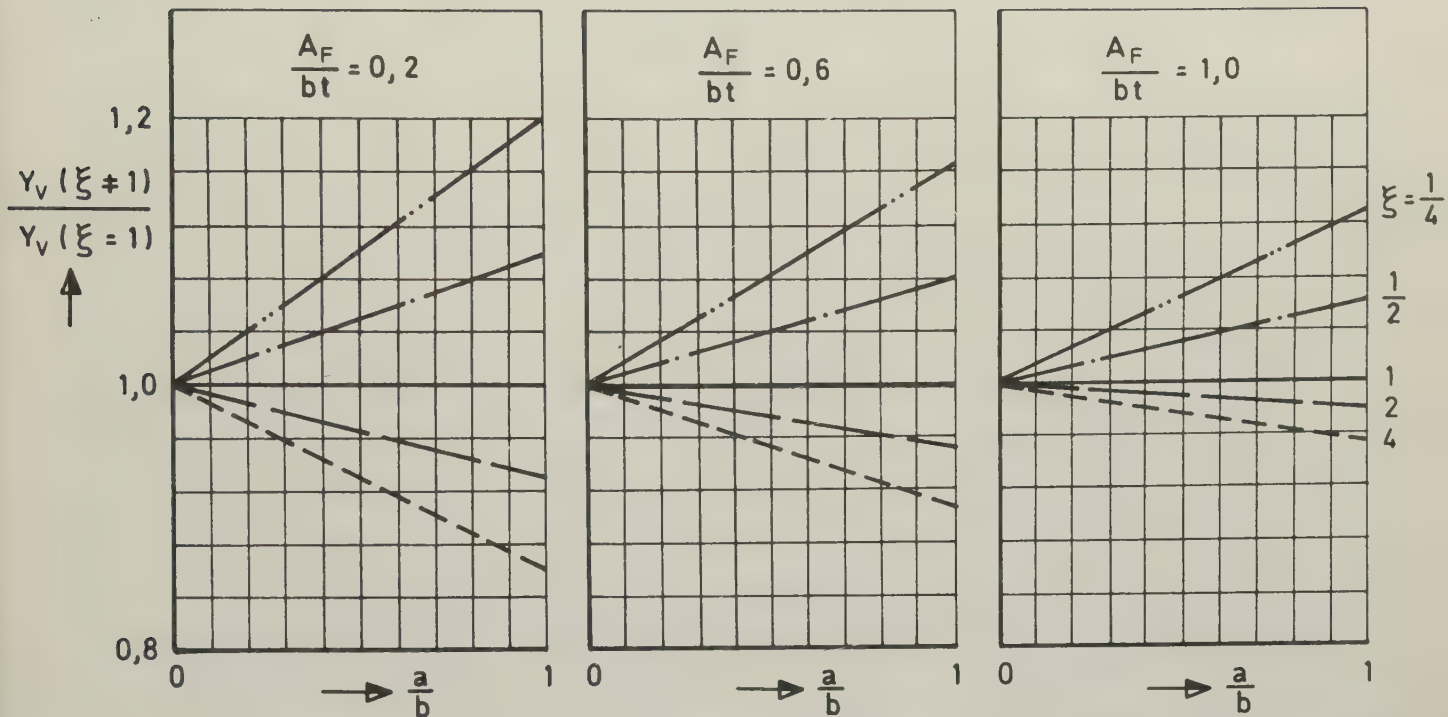


ABB. 32 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF Y_V

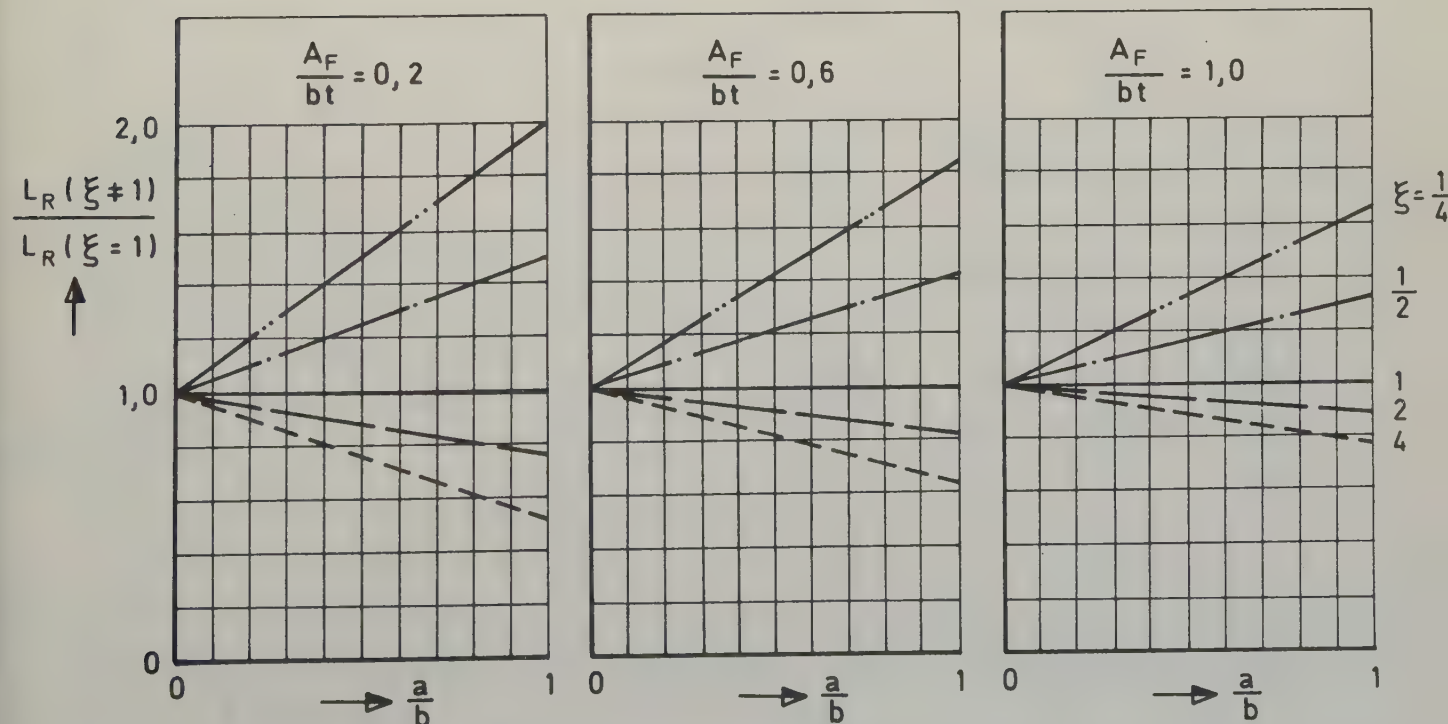
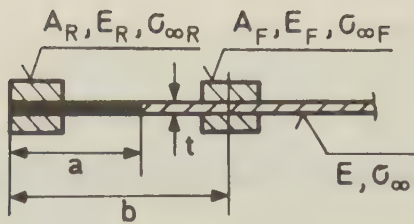


ABB. 33 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF L_R



Randversteifung = intakt

$$\frac{A_R}{A_F} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \lambda = \frac{E_R}{E_F}$$

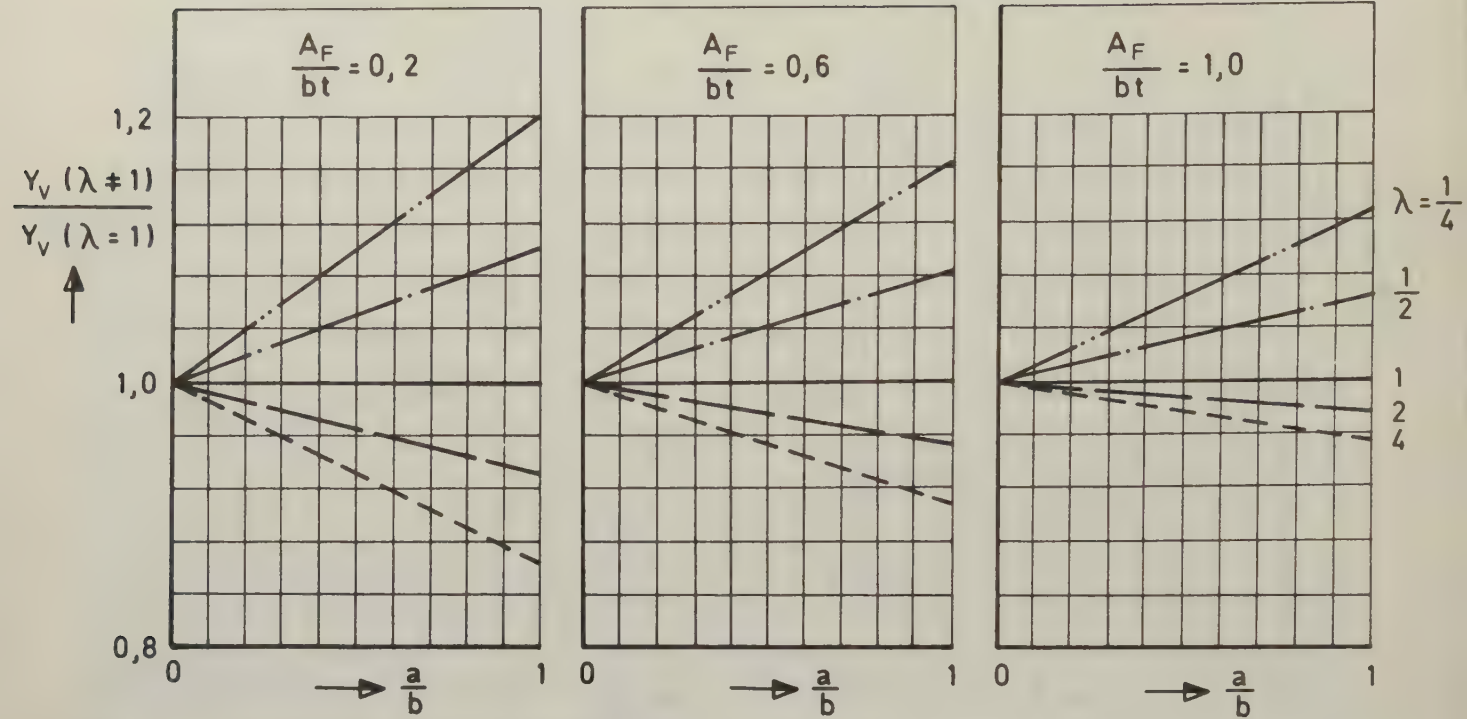


ABB. 34 EINFLUSS DES PARAMETERS λ AUF Y_V

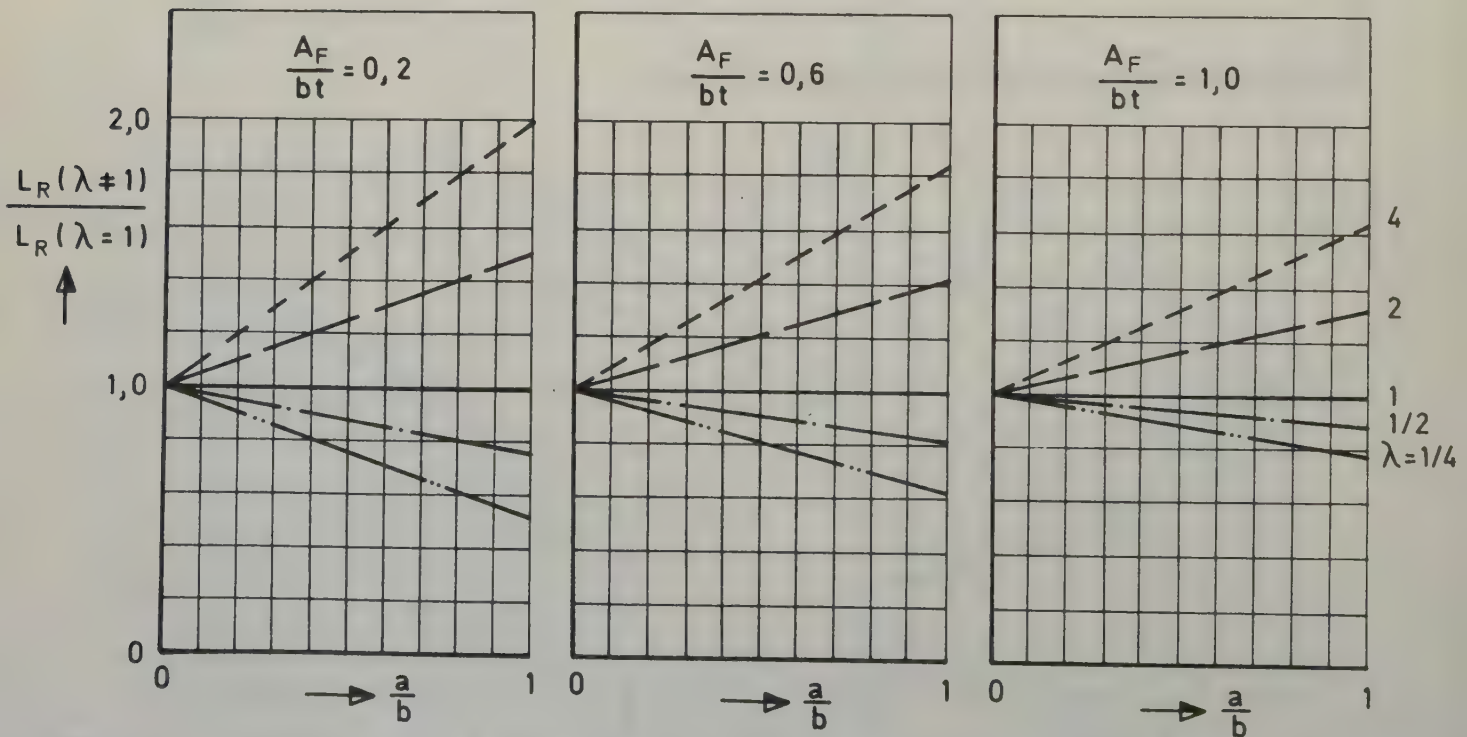
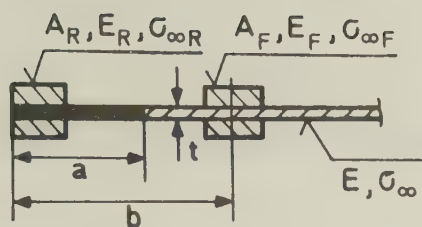


ABB. 35 EINFLUSS DES PARAMETERS λ AUF L_R



Randversteifung = intakt

$\frac{A_R}{A_F} = \frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1$	$\zeta = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty F}}$
---	---

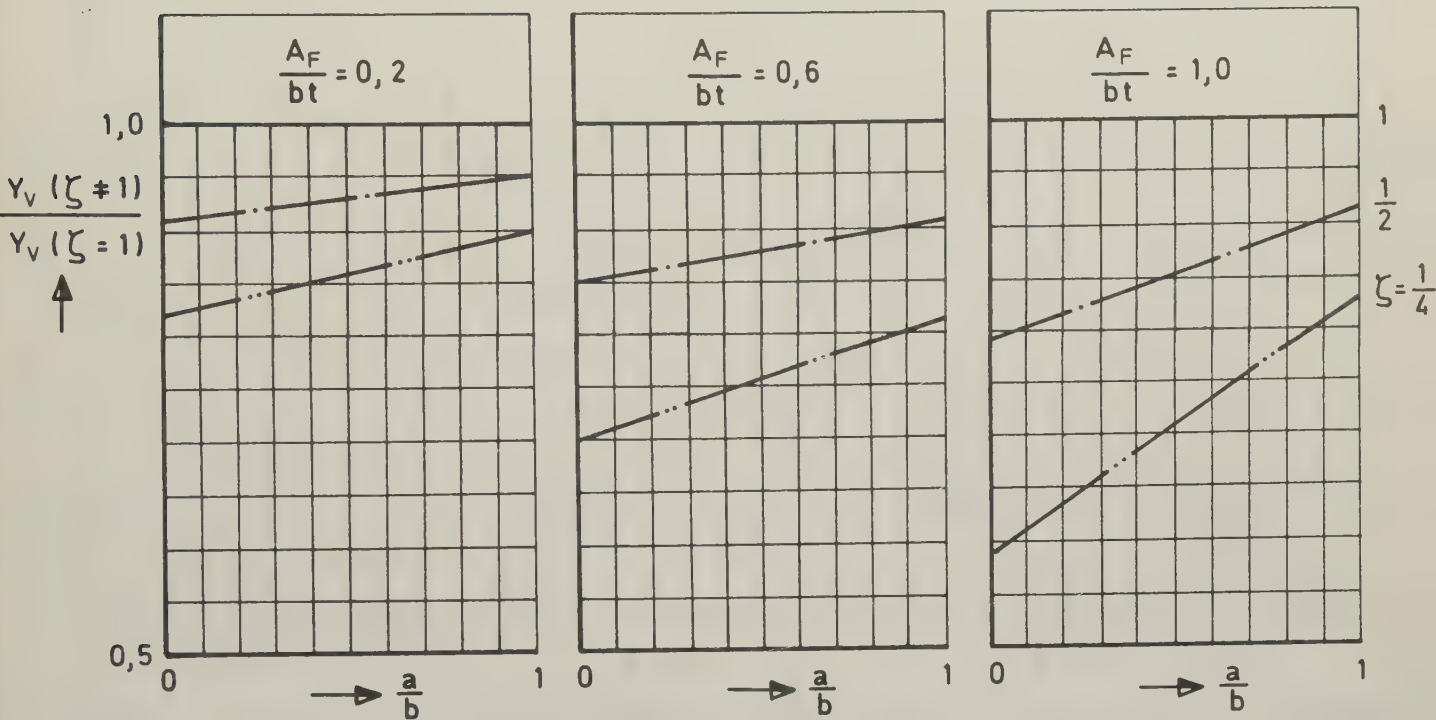


ABB. 36 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF Y_V

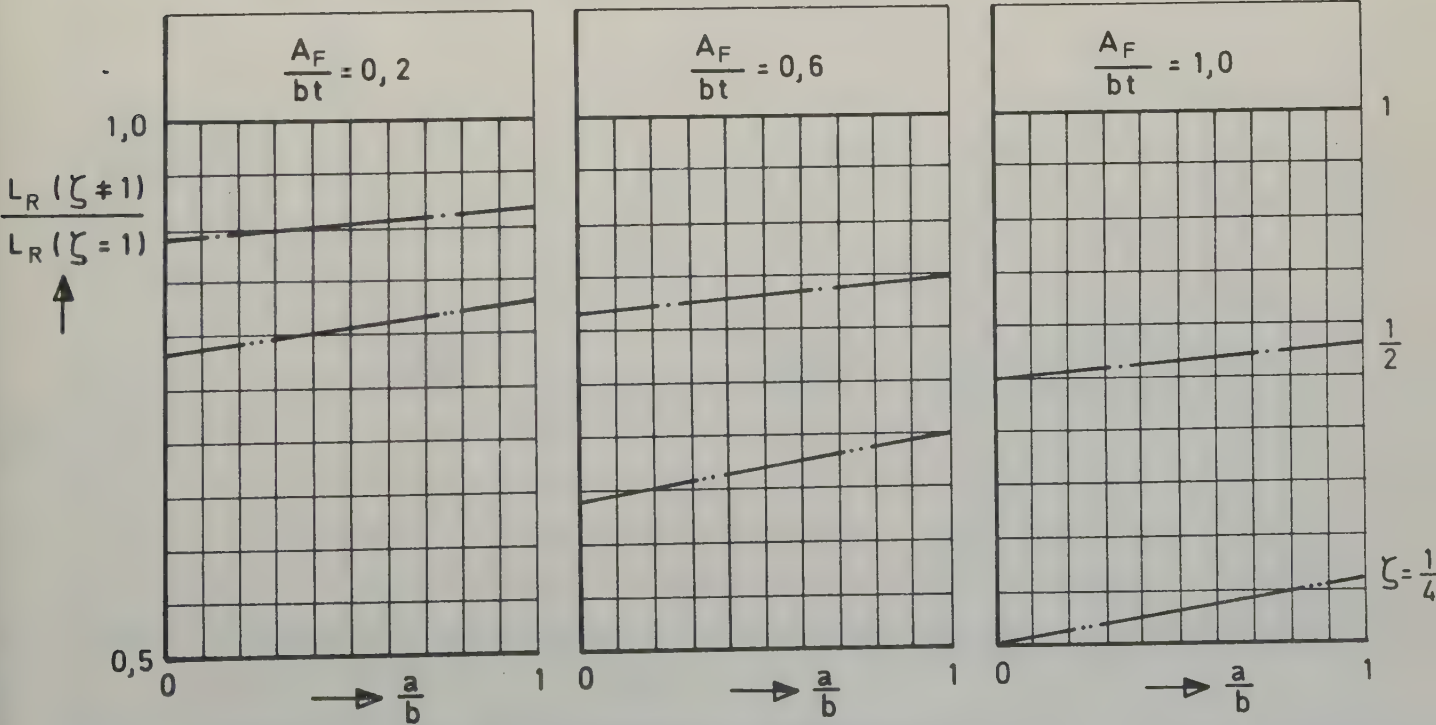
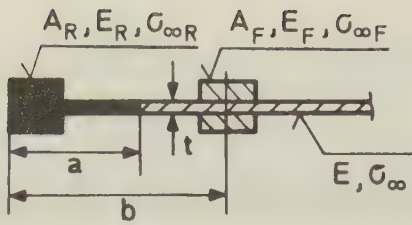


ABB. 37 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF L_R



Randversteifung = durchtrennt

$$\frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty}} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1 \quad \xi = \frac{A_R}{A_F}$$

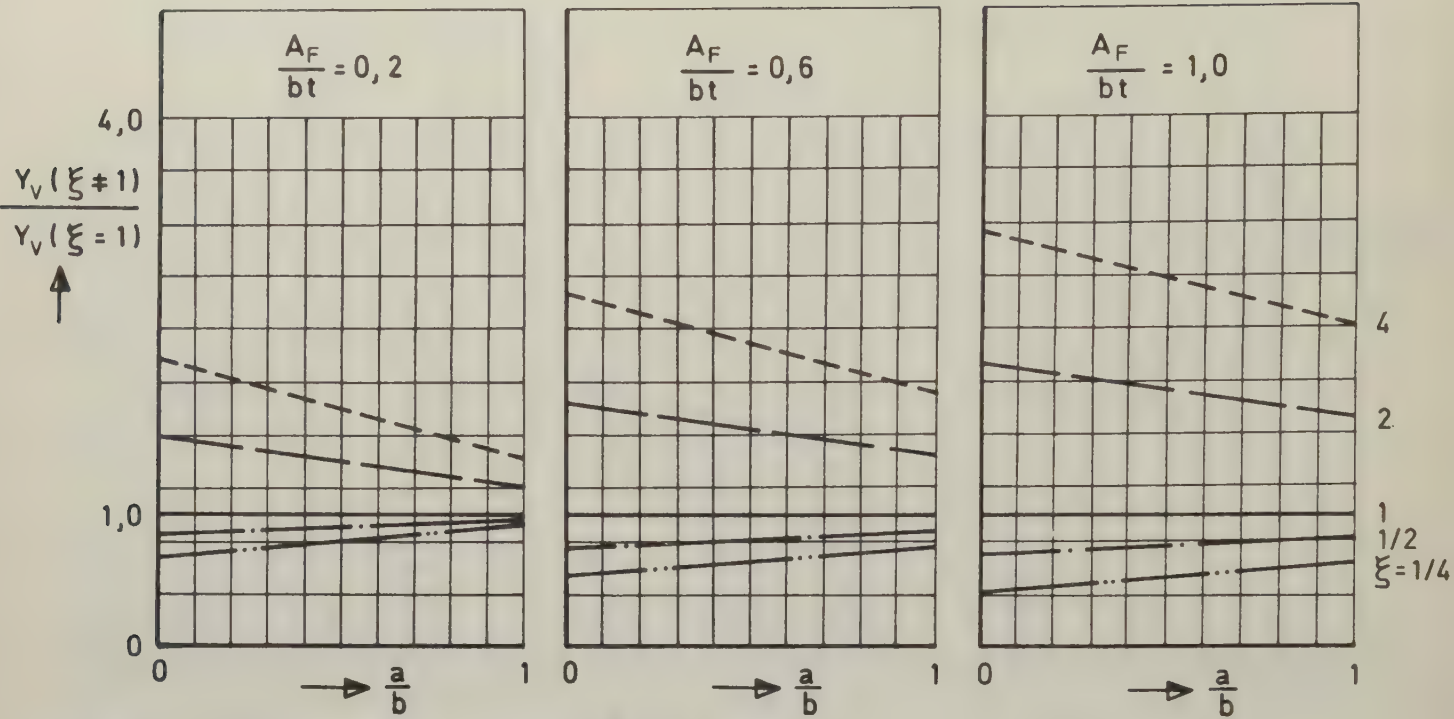


ABB. 38 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF γ_V

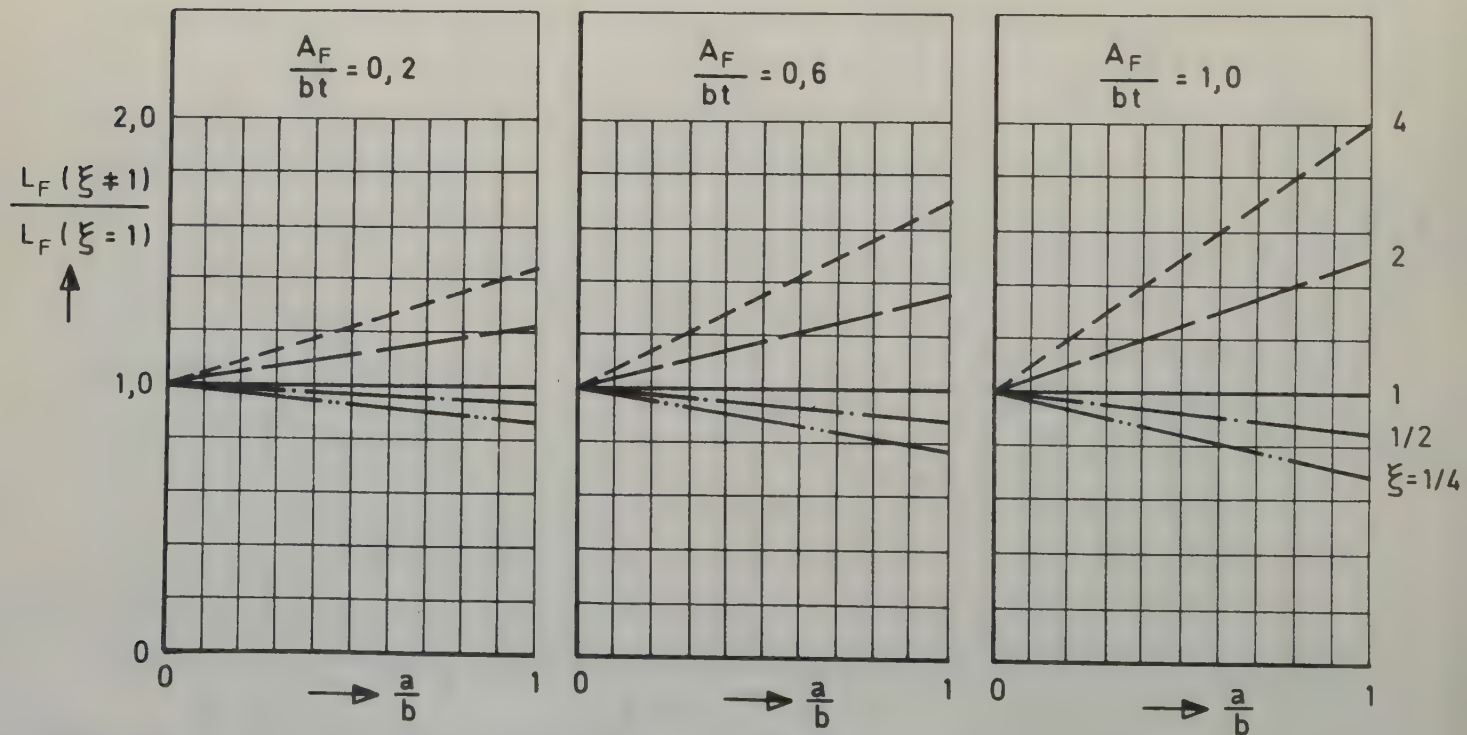
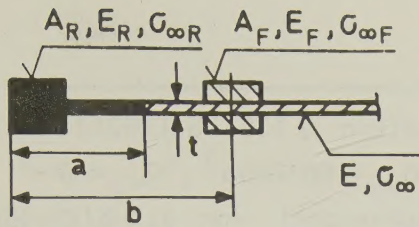


ABB. 39 EINFLUSS DES PARAMETERS ξ AUF L_F



Randversteifung = durchtrennt

$\frac{A_R}{A_F} = \frac{E_R}{E} = \frac{E_F}{E} = \frac{G_{\infty F}}{G_{\infty}} = 1$	$\zeta = \frac{G_{\infty R}}{G_{\infty F}}$
---	---

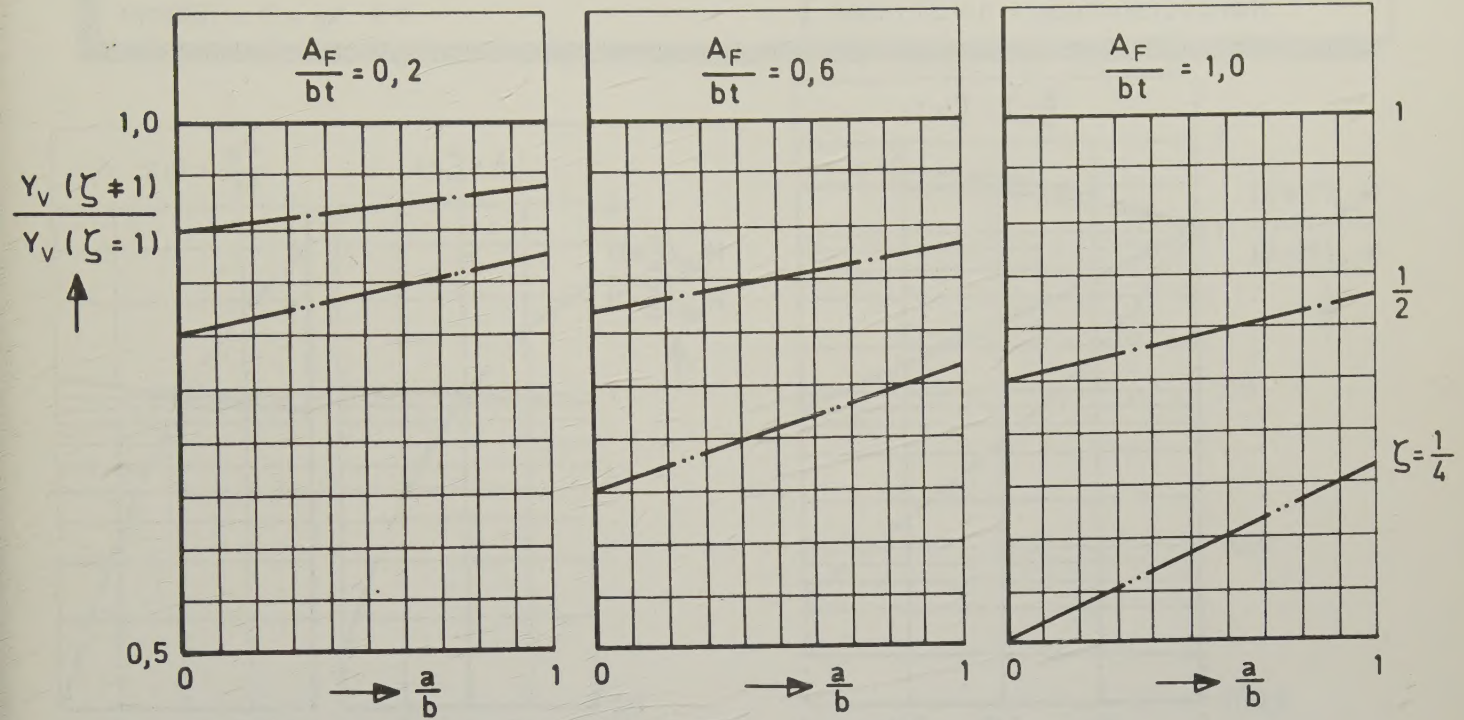


ABB. 40 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF γ_v

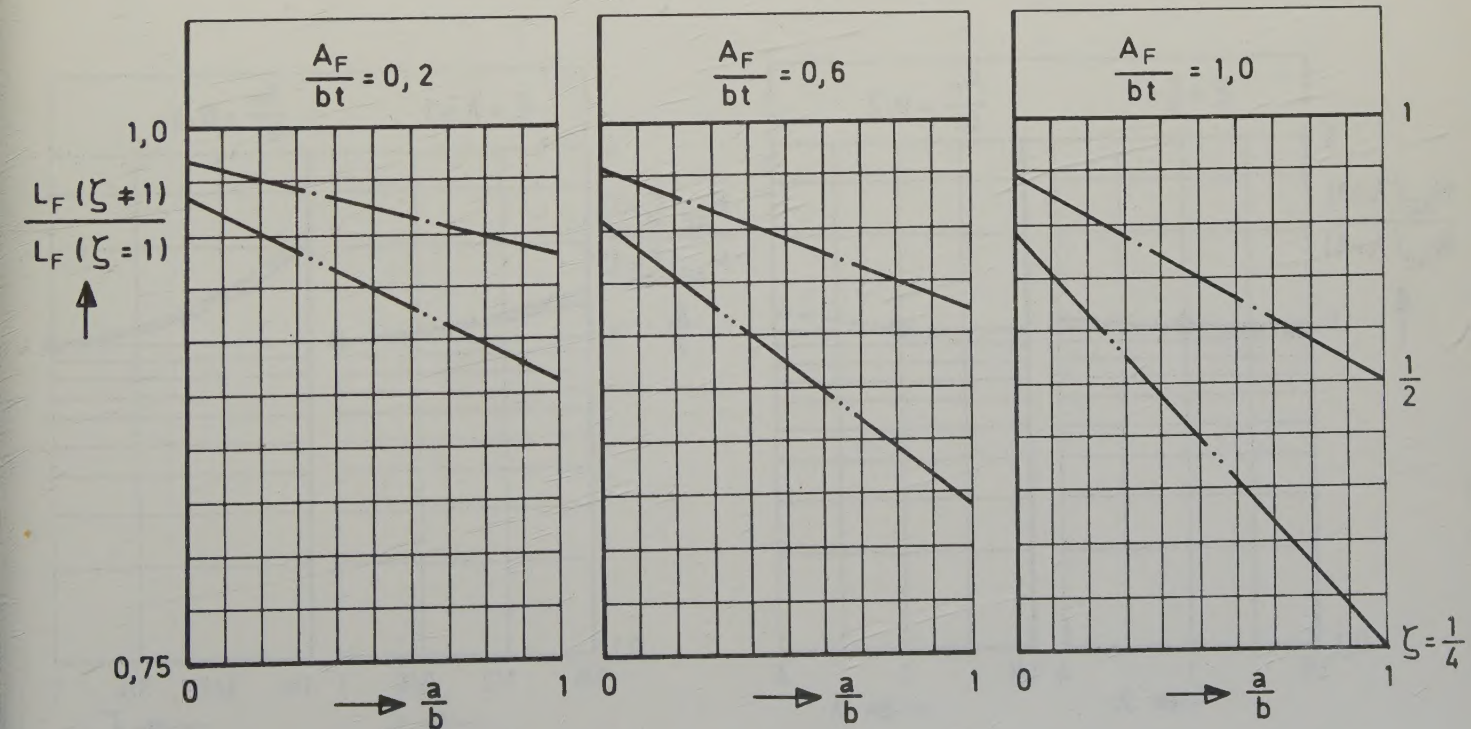


ABB. 41 EINFLUSS DES PARAMETERS ζ AUF L_F

- · — Zentralversteifung = intakt
- · · — Zentralversteifung = durchtrennt
- — — Randversteifung = intakt
- — — — Randversteifung = durchtrennt

Werkstoff = Alum. 3.1364.5 (2024T3 clad)
 Belastung : $\sigma_{\infty 0} = 50 \text{ Nmm}^{-2}$; $\sigma_{\infty U} = 0$
 N_{AE} = Lastwechselzahl von $a_A = b/10 = 16 \text{ mm}$
 bis $a_E = b = 160 \text{ mm}$

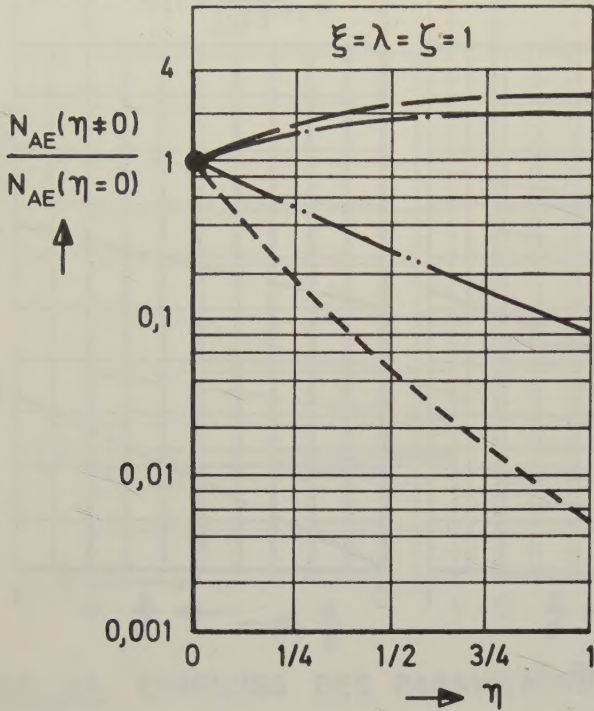


ABB. 42 EINFLUSS VON η AUF N_{AE}

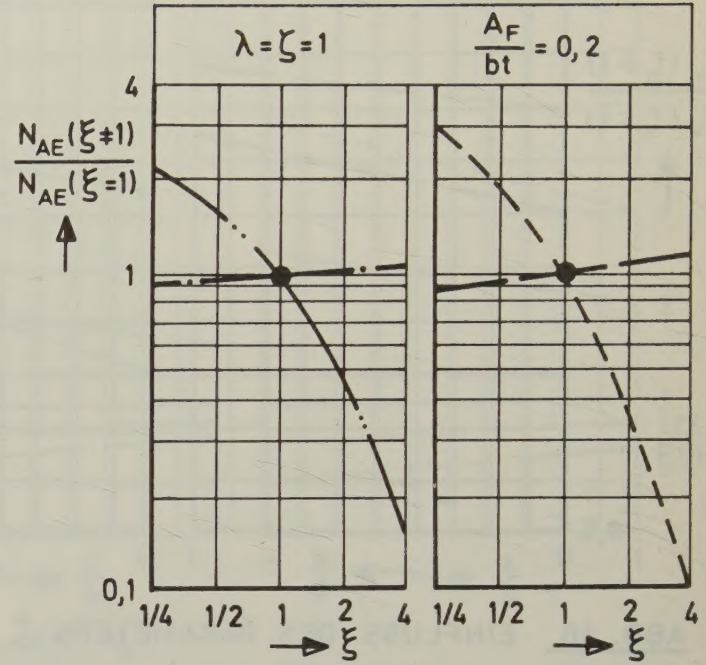


ABB. 43 EINFLUSS VON ξ AUF N_{AE}

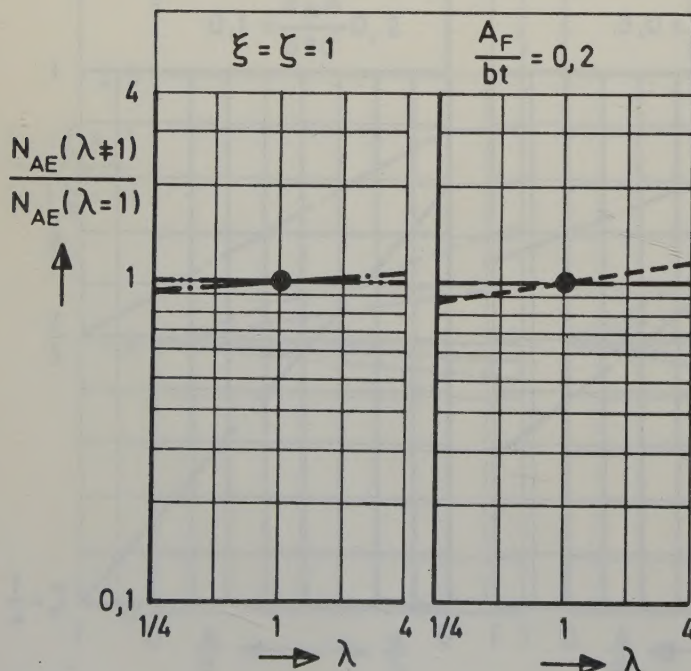


ABB. 44 EINFLUSS VON λ AUF N_{AE}

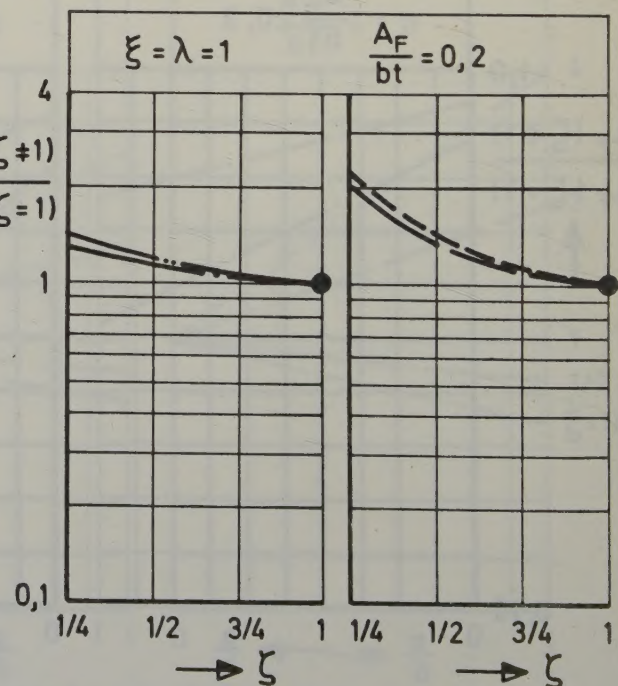


ABB. 45 EINFLUSS VON ζ AUF N_{AE}

